

3100097008731

# PERANCANGAN PENGATUR ROBUST UNTUK PENGATURAN KECEPATAN MOTOR ARUS SEARAH

Oleh :

RACHMADI

289 220 1253

RSE  
629.831.2  
Rac  
P-1  
1996



PERPUSTAKAAN ITS	
Tgl. Terima	10-07-96.
Terima dari	4
No. Agensi	6295

JURUSAN TEKNIK ELEKTRO  
FAKULTAS TEKNOLOGI INDUSTRI  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA

1996

# **PERANCANGAN PENGATUR ROBUST UNTUK PENGATURAN KECEPATAN MOTOR ARUS SEARAH**

## **TUGAS AKHIR**

**Diajukan Guna Memenuhi Sebagian Persyaratan  
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Teknik Elektro  
Pada**

**Bidang Studi Teknik Sistem Pengaturan  
Jurusan Teknik Elektro  
Fakultas Teknologi Industri  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Surabaya**

**Mengetahui / Menyetujui :**

**Dosen Pembimbing I**



**Ir. Katjuk Astrowulan, MSEE**  
**NIP. 130 687 438**

**Dosen Pembimbing II**



**Dr. Ir. Muhammad Nuh, DEA**  
**NIP. 131415674**

**SURABAYA  
MARET, 1996**

## ABSTRAK

---

Metode perancangan sistem pengaturan robust merupakan metode dengan pendekatan baru. Metode ini memasukkan ketidakpastian model sistem dalam proses perancangan. Pada metode-metode lain yang bersifat *off-line*, model sistem dianggap tidak berubah. Anggapan ini seringkali mengakibatkan sistem mengalami kegagalan dalam mempertahankan kinerjanya ketika parameter-parameter sistem berubah.

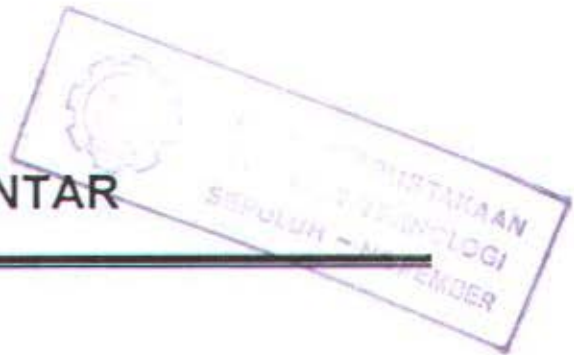
Untuk sistem dengan ketidakpastian terstruktur, telah dikembangkan metode perancangan pengatur robust dengan menggunakan pendekatan teori kestabilan Lyapunov dan persamaan Riccati Aljabar.

Penerapan metode perancangan pengatur robust pada sistem pengaturan kecepatan motor arus searah menghasilkan sistem yang kokoh terhadap gangguan.

---

## KATA PENGANTAR

---



Puji syukur kami panjatkan kepada Allah Yang Maha Pengasih dan Penyayang, yang telah melimpahkan rahmat dan petunjuk-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana Jurusan Teknik Elektro.

Dalam tugas akhir ini, penulis mendapat bimbingan serta bantuan pikiran atau saran dari berbagai pihak. Dan atas terselesaikannya tugas akhir ini penulis ingin menyampaikan rasa terima kasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Ir. Katjuk astrowulan, MSEE, selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan banyak pengarahan dan bimbingan hingga selesainya tugas akhir ini.
2. Dr. Ir. Muhammad Nuh, DEA, selaku dosen pembimbing II yang telah dengan sabar memberikan arahan, dorongan moril dan bimbingannya.
3. Dr. Ir. Moch. Rameli, selaku Koordinator Bidang Studi Teknik Sistem beserta dosen-dosen yang lain yang telah banyak membantu dengan segala fasilitas laboratorium TSP.
4. Dr. Ir. M. Salehhudin, M.Eng.Sc, selaku Ketua Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknologi Industri ITS.
5. Ir. Rusdianto Effendi AK, MT, yang telah banyak membantu dengan diskusi dan arahnya selama penulis menyelesaikan tugas akhir ini.
6. Ir. R. Wahyudi dan Ir. Joko Susila selaku dosen wali atas pengarahannya selama penulis kuliah.



7. Ayahanda, Ibunda, kakaku, adik-adikku dan keluargaku tercinta

yang telah banyak memberikan dorongan moril, materiil dan doa-doanya agar dapat menyelesaikan pendidikan.

8. Rekan-rekan di Laboratorium TSP, Asrul, Bambang, Essam, Asrul,

Alli, Arif, Joko, Johar, Taufik, Kojar, Toni, Adi, Ancha, Romeli, Yusuf,

Firdausi, Dzul dan lain-lain dengan kehidupan malam B-105 dan

B-405 dan rekan-rekan yang telah mendahului lulus yang banyak

memberi semangat hingga tugas akhir ini dapat terselesaikan.

9. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu di sini.

Besar harapan Penulis semoga tugas akhir ini bermanfaat bagi para pembaca pada umumnya serta mahasiswa teknik elektro pada khususnya.

Penulis menyadari segala kekurangan yang ada sehingga tugas akhir ini masih jauh dari kesempurnaan, oleh karena itu kritik dan saran selalu penulis harapkan.

Akhirnya sekali lagi puji syukur kehadiran Allah SWT.

Syawal 1416 H  
2 Maret 1996

Penulis

## DAFTAR ISI

---

	Halaman
Judul .....	i
Pengesahan .....	ii
Abstrak .....	iii
Kata Pengantar .....	iv
Daftar Isi .....	vi
Daftar Gambar .....	viii
Daftar Tabel .....	ix
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang Masalah .....	1
1.2 Tujuan .....	3
1.3 Perumusan Masalah .....	3
1.4 Pembatasan Masalah .....	4
1.5 Sistematika Pembahasan .....	4
<b>BAB II TEORI PENUNJANG</b>	
2.1 Umum .....	6
2.2 Persamaan Diferensial Matriks Vektor Sistem Linear .....	8
2.3 Keteramatan dan Keterkontrolan .....	12
2.3.1 Keteramatan ( <i>Observability</i> ) .....	13
2.3.2 Keterkontrolan ( <i>Controllability</i> ) .....	16
2.4 Kestabilan Lyapunov .....	21
2.5 Konsep Pengaturan Optimal .....	22
2.6 Pengaturan Optimal Bergantung Waktu .....	23
2.7 Pemilihan Matriks pemberat Q .....	24
<b>BAB III TEORI DASAR PENGATUR ROBUST</b>	
3.1 Umum .....	26
3.2 Prinsip-Prinsip Desain Sistem Pengaturan .....	26
3.3 Sistem Pengaturan Robust .....	27
3.3.1 Diskripsi Sistem .....	28
3.3.2 Kestabilan Robust Sistem Tak Pasti .....	29

### **BAB III TEORI DASAR PENGATUR ROBUST**

3.4 Perumusan Masalah Regulator Linear Robust .....	31
3.4.1 Regulator Dengan Model Sistem Nominal .....	31
3.4.2 Regulator Dengan Matriks Sistem Tak Pasti .....	32
3.5 Perumusan Kestabilan I .....	33
3.6 Perumusan masalah kestabilan II .....	35

### **BAB IV MODEL NOMINAL DAN KETIDAKPASTIAN**

#### **MODEL MOTOR ARUS SEARAH**

4.1 Pendahuluan .....	39
4.2 Motor Servo .....	42
4.3 Motor Servo Arus Searah .....	45
4.3 Motor Servo Arus Searah Pengaturan Jangkar .....	47
4.4 Persamaan State Motor Servo Arus Searah Pengaturan Jangkar .....	50
4.5 Pengukuran Parameter Motor Servo Arus Searah .....	51
4.6 Model Nominal Motor Arus Searah .....	53
4.7 Ketidakpastian Model Motor Arus Searah .....	54
4.7.1 Ketidakpastian Akibat Kesalahan Pengukuran .....	54
4.7.2 Ketidakpastian Akibat Pengoperasian Sistem .....	55
4.7.3 Ketidakpastian Akibat Gangguan Luar .....	55

### **BAB V PERANCANGAN PENGATUR ROBUST**

5.1 Model Sistem Pengaturan Kecepatan Motor Arus Searah ....	57
5.2 Diagram Alir Pengatur Robust .....	58
5.3 Perancangan Pengatur Dengan Ketidakpastian Pada Matriks Sistem .....	59
5.4 Perancangan Pengatur Dengan Ketidakpastian Pada Model Sistem .....	61

### **BAB VI KESIMPULAN DAN SARAN**

6.1 Kesimpulan .....	63
6.2 Saran .....	64

<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>65</b>
-----------------------------	-----------



## DAFTAR GAMBAR

---

	Halaman
Gambar 2.1 Respon transien sistem dengan input unit step .....	6
Gambar 3.1 Diagram blok suatu sistem pengaturan .....	26
Gambar 3.2 Ketidakpastian additive .....	30
Gambar 3.3 Ketidakpastian multiplicative .....	30
Gambar 3.4 Ketidakpastian koprima .....	30
Gambar 3.4 Diagram blok sistem pengaturan .....	31
Gambar 4.1a. Medan stator 4 kutub. ....	40
Gambar 4.1b. Komutator kumparan jangkar (rotor) .....	40
Gambar 4.2 Komutator dengan sikat. ....	40
Gambar 4.3 Tegangan searah yang dihasilkan komutator .....	41
Gambar 4.4 Skematik motor servo dua fasa .....	42
Gambar 4.5 Kurva yang menunjukkan $e_o(t)$ terhadap $t$ , $E_c(t)$ terhadap $t$ , dan $T(t)$ terhadap $t$ .....	44
Gambar 4.6 Kurva torsi terhadap kecepatan .....	45
Gambar 4.7 Rangkaian Motor Servo Arus Searah .....	46
Gambar 4.8 Model Motor Arus Searah Pengaturan Jangkar .....	47
Gambar 4.9 Diagram Blok Motor Servo Arus Searah .....	49
Gambar 5.1 Diagram Blok Sistem Pengaturan Kecepatan Motor DC .....	57
Gambar 5.2 Karakteristik pre-Amp .....	57
Gambar 5.3 Diagram alir perancangan pengatur robust .....	59
Gambar 5.4 Respon keluaran sistem dengan posisi beban 3 .....	60
Gambar 5.5 Respon keluaran sistem dengan posisi beban 2,5 dan gangguan pada masukan sebesar 20 % .....	62



## DAFTAR TABEL

---

	Halaman
Tabel 4.1 Hasil pengukuran harga $f_u$ pada beban yang berubah ...	53
Tabel 4.2 Elemen matrik $A(2, 2)$ .....	56
Tabel 5.1 Spesifikasi respon transien sistem dengan ketidakpastian pada matriks sistem posisi beban 3 .....	61
Tabel 5.2 Spesifikasi respon transien sistem dengan ketidakpastian model sistem .....	62

# BAB I

## PENDAHULUAN

---

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Teori pengaturan terus berkembang sejalan dengan tuntutan pemenuhan kebutuhan akan sistem yang handal. Teori pengaturan klasik yang didasarkan pada kawasan frekuensi, kurang mampu digunakan sebagai alat untuk perancangan sistem-sistem modern. Untuk memenuhi kebutuhan akan perancangan sistem-sistem dengan keandalan yang tinggi, maka dikembangkan teori pengaturan modern dengan pendekatan ruang keadaan (*state space*).

Persoalan yang mendasar pada sistem pengaturan adalah bagaimana merancang pengatur suatu sistem agar diperoleh sistem dengan kinerja yang kita inginkan. Pada saat ini terus dikembangkan berbagai metode perancangan sistem pengaturan dengan pendekatan kawasan frekuensi pada teori pengaturan klasik atau metode pendekatan ruang keadaan pada teori pengaturan modern. Metode-metode tersebut biasanya didasari pada anggapan bahwa model sistem fisik yang diatur dapat diketahui secara pasti baik struktur model maupun kuantitasnya. Pada realisasinya, anggapan ini tidak dapat dipenuhi. Ketidakpastian sering menyertai model sistem fisik yang umumnya diakibatkan oleh linearisasi di sekitar titik kerja, pendekatan parameter tergumpal (*lumped parameter*), ketidakmampuan dan ketidaktepatan dalam mengukur berbagai kuantitas fisik, derau dan lain-lain.

Sebagai contoh pada suatu pesawat udara, parameter-parameter terbang horisontal akan berubah jika ketinggian pesawat udara berubah.

ketidakpastian model sistem yang terjadi baik pada struktur maupun nilai-nilai numerik model.

Untuk perancangan pengatur robust pada sistem dengan ketidakpastian terstruktur, telah dikembangkan beberapa metode dengan pendekatan ruang keadaan. Sedangkan untuk sistem dengan ketidakpastian tak terstruktur pada umumnya dilakukan dengan pendekatan kawasan frekuensi.

Salah satu metode yang dikembangkan untuk sistem dengan ketidakpastian terstruktur adalah metode dengan pendekatan teori kestabilan Lyapunov dan Persamaan Riccati Aljabar (*Algebra Riccati Equation*).

## 1.2 Tujuan

Tujuan dari tugas akhir ini adalah untuk mempelajari model matematis dari pengaturan kecepatan motor arus searah kemudian dilakukan analisa untuk perencanaan pengatur dengan metode Linear Quadratic Regulator (LQR) dan metode pengatur robust.

## 1.3 Perumusan Masalah

Perancangan pengatur untuk sistem yang mengandung ketidakpastian dengan pendekatan teori kestabilan Lyapunov dan Persamaan Riccati Aljabar, dilakukan dengan bantuan komputer. Ketidakpastian yang ada dalam sistem dimaksudkan merupakan harga variasi dari parameter sistem (motor) baik sebelum adanya pembebanan maupun pengaruh dari pembebanan itu sendiri. Selanjutnya dari ketidakpastian akan dicari nilai penguat umpan baliknya. Hasil rancangan selanjutnya akan disimulasikan. Hasil simulai sistem dengan pengatur robust selanjutnya akan dibandingkan dengan hasil simulasi yang



dirancang dengan menggunakan metode LQR sehingga diperoleh perbandingan kestabilan sistem yang diatur dengan pengatur yang berbeda.

#### 1.4 Batasan Masalah

Pada tugas akhir ini akan dibahas metode perancangan pengatur penstabil untuk sistem-sistem yang mengandung ketidakpastian parameter. Metode perancangan yang dipakai adalah metode dengan pendekatan teori kestabilan Lyapunov dan Persamaan Riccati Aljabar (*Algebra Riccati Equation*).

Untuk membatasi ruang lingkup permasalahan agar memudahkan dalam pembahasannya maka dilakukan pembatasan masalah. Perancangan sistem pengatur dilakukan dengan asumsi-asumsi sebagai berikut :

1. Model sistem bersifat linear dan berdimensi terhingga.
2. Sinyal masukan, keadaan sistem (*state*) dan sinyal keluaran kontinyu terhadap waktu dan model terkontrol dan teramati sempurna
3. Ketidakpastian model dan pengontrol terbatas dan terstruktur.
4. Ketidakpastian yang dominan pengaruhnya terhadap performansi plant adalah ketidakpastian yang disebabkan pembebanan.

#### 1.5 Sistematika Pembahasan

Pada tugas akhir ini penulis membagi pembahasan dalam beberapa bagian. Urutan pembahasan yang dilakukan adalah sebagai berikut:

Bab I pendahuluan merupakan pendahuluan yang berisi latar belakang perlunya sistem pengaturan robust, perumusan masalah dan pembatasan masalah.

Bab II membahas teori dasar sistem pengaturan, perumusan masalah kestabilan sistem, syarat-syarat sistem stabil, perumusan masalah pengaturan

optimal yang bergantung terhadap waktu dengan menyelesaikan persamaan Riccati.

Bab III menjelaskan perumusan ketidaktentuan sistem, kestabilan sistem yang kokoh (robust) dengan menggunakan pendekatan teori kestabilan Lyapunov dan persamaan Riccati Aljabar.

Bab IV berisi tentang teori dasar dari motor dc, parameter-parameter yang mempengaruhi kestabilan sistem (motor dc), penurunan persamaan matematik motor arus searah dan pengukuran parameter-parameter motor arus searah.

Bab V Perancangan pengatur robust dan analisa hasil simulasi perancangan dengan membandingkan dengan metode LQR yang umum dipakai dalam mendesain sistem optimal.

Bab VI merupakan bab penutup yang merangkum beberapa kesimpulan yang dapat ditarik dari pembahasan masalah yang dilakukan meliputi kelebihan dan kekurangan sistem pengaturan robust (kokoh) dan saran-saran pengembangannya.

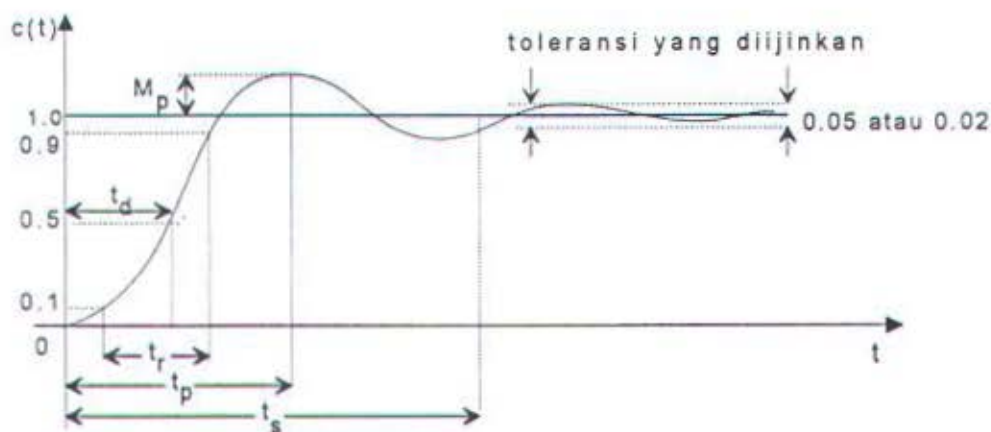
## BAB II

### TEORI PENUNJANG

---

#### 2.1 Umum

Pada umumnya karakteristik sistem fisik diinginkan tidak sensitiv terhadap perubahan parameter-parameter sistem atau mempunyai sensitivitas kecil. Gangguan merupakan input yang tidak diinginkan, maka peranan penolakan gangguan diperlukan pada suatu sistem. Respon sistem terdiri dari respon transien dan respon keadaan tunak (steady state). Respon transien sistem stabil menunjukkan adanya kesetimbangan sistem pada waktu tertentu, sedangkan kesalahan keadaan tunak merupakan indikasi ketelitian respon sistem pada waktu tak terhingga.



Gambar 2.1 Respon transien sistem dengan input unit step

Tanggapan peralihan suatu sistem menunjukkan kemampuan sistem untuk mencapai nilai pada keadaan tunak yang baru dalam waktu tertentu. Sistem yang baik akan memiliki waktu peralihan yang cepat. Spesifikasi



performansi transien dapat dibuat dalam domain waktu  $t$  yang kemudian dapat ditranslasikan ke domain  $s$  atau domain  $\zeta$ . Spesifikasi transien dari suatu sistem meliputi :

◆ Waktu tunda (delay time)  $t_d$

Waktu tunda adalah waktu yang diperlukan respon untuk mencapai setengah harga akhir yang pertama.

◆ Rise time ( $t_r$ )

Rise time merupakan waktu yang diperlukan respon untuk naik dari 10% sampai 90% untuk mencapai nilai akhir.

◆ Peak time ( $t_p$ )

Peak time adalah waktu yang diperlukan respon untuk mencapai puncak (overshoot) pertama kali.

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} \quad \text{di mana: } \omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

◆ Maksimum overshoot ( $M_p$ )

Maksimum overshoot terjadi pada waktu puncak atau pada  $t = t_p = \pi/\omega_d$ .

Hubungan antara prosen overshoot dengan koefisien rasio redaman dapat dinyatakan dengan:

$$M_p = e^{-(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})\pi} \times 100\%$$

◆ Settling time ( $t_s$ )

Settling time adalah waktu yang diperlukan kurva respon untuk mencapai dan menetap dalam daerah di sekitar harga akhir yang ukurannya ditentukan dengan persentasi mutlak dari harga akhir.

Misalnya kita pilih toleransi kesalahan 2%, sehingga:

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \quad \text{atau untuk kriteria kesalahan 5 \% maka } t_s = \frac{3}{\zeta\omega_n} .$$

## 2.2 Persamaan Diferensial Matriks Vektor Sistem Linear

Pada umumnya perilaku suatu sistem dinamik secara matematis dapat dinyatakan dengan persamaan diferensial ordiner orde ke-n dengan waktu sebagai variabel bebasnya. Dengan menggunakan notasi matriks-vektor, maka persamaan diferensial orde n tersebut dapat dinyatakan dengan persamaan diferensial matriks vektor orde ke-satu. Jika n elemen dari vektor  $x$  menyatakan banyaknya variabel *state*, maka persamaan diferensial matriks-vektor tersebut disebut persamaan *state*. Dalam notasi matriks-vektor, persamaan diferensial matriks vektor sistem linear dapat dinyatakan dalam bentuk :

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (2.1)$$

dengan *state* awalnya :

$$x(t_0) = x_0$$

di mana :

$x(t)$  = vektor keadaan ( $n \times 1$ );

$u(t)$  = vektor masukan atur ( $m \times 1$ );

$A(t)$  = matriks parameter sistem ( $n \times n$ );

$B(t)$  = matriks masukan atur ( $n \times m$ ).

Diasumsikan bahwa elemen matriks  $A(t)$  dan  $B(t)$  dapat diintegrasikan terhadap waktu ( $t$ ) dalam interval  $t_0 \leq t \leq t_1$ . Jika diambil matriks transisi *state* (*state transition matrix*)  $\phi(t, t_0)$  yang merupakan penyelesaian tunggal (*unique*) dari persamaan diferensial :

$$\dot{\phi}(t, t_0) = A(t) \phi(t, t_0) \quad (2.2)$$

dengan harga awal,

$$\phi(t_0, t_0) = I$$

maka  $x(t)$  akan mempunyai penyelesaian yang diasumsikan sebagai berikut :

$$x(t) = \phi(t, t_0) y(t) \quad (2.3)$$

Apabila persamaan (2.3) dideferensialkan terhadap  $t$ , maka akan diperoleh :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{d}{dt}(\phi y) = \dot{\phi} y + \phi \dot{y} \\ &= \dot{\phi} y + A \phi y \end{aligned} \quad (2.4)$$

Dengan mensubstitusikan  $\dot{x}$  dari persamaan (2.4) dan  $x$  dari persamaan (2.3) ke dalam persamaan (2.1) akan diperoleh :

$$\phi \dot{y} = Bu \quad (2.5)$$

Penyelesaian dari persamaan (2.5) adalah :

$$y(t) = \int_{t_0}^t \phi^{-1}(\tau, t_0) B(\tau) u(\tau) d\tau + y(t_0) \quad (2.6)$$

dengan harga awalnya :

$$\begin{aligned} y(t_0) &= \phi^{-1}(t_0, t_0) x(t_0) \\ &= x(t_0) = x_0 \end{aligned}$$

Dengan mensubstitusikan  $y(t)$  dari persamaan (2.6) ke dalam persamaan (2.3) akan diperoleh :

$$x(t) = \phi(t, t_0) x_0 + \phi(t, t_0) \int_{t_0}^t \phi^{-1}(\tau, t_0) B(\tau) u(\tau) d\tau$$

atau ;

$$x(t) = \phi(t, t_0) x_0 + \int_{t_0}^t \phi(t, \tau) B(\tau) u(\tau) d\tau \quad (2.7)$$

Untuk mendapatkan penyelesaian matriks transisi dari *state*  $\phi(t, t_0)$ , apabila persamaan (2.1) dibentuk menjadi persamaan homogen, yaitu :

$$\dot{x}(t) = A(t) x(t)$$

maka akan diperoleh penyelesaian  $x(t)$  dalam bentuk :

$$x(t) = \phi(t, t_0) x(t_0)$$

sehingga  $\phi(t, t_0)$  akan merupakan bentuk eksponensial matriks, yaitu :





$$\phi(t, t_0) = e^{\int_{t_0}^t A(\tau) d\tau}$$

apabila  $A(t)$  dan  $\int_{t_0}^t A(\tau) d\tau$  bersifat komutatif. Akan tetapi bila  $A(t)$  dan  $\int_{t_0}^t A(\tau) d\tau$  tidak bersifat komutatif maka untuk mendapatkan  $\phi(t, t_0)$  dapat dideretkan sebagai berikut :

$$\phi(t, t_0) = I + \int_{t_0}^t A(\tau) d\tau + \frac{1}{2} \int_{t_0}^t A(\tau) d\tau \int_{t_0}^t A(\tau) d\tau + \dots$$

Adapun sifat-sifat matriks transisi dari *state* untuk matriks  $A$  yang elemen-elemennya merupakan fungsi dari waktu adalah sebagai berikut :

$$\phi(t_2, t_1) \phi(t_1, t_0) = \phi(t_2, t_0)$$

$$\phi(t_1, t_0) = \phi^{-1}(t_0, t_1)$$

Dalam keadaan setimbang (*stationary*), di mana  $A(t)$  dan  $B(t)$  masing-masing merupakan matriks konstanta maka persamaan (2.1) dapat dibentuk menjadi :

$$\dot{x}(t) - Ax(t) = Bu(t) \quad (2.8)$$

Sehingga bila persamaan (2.8) dikalikan dengan  $e^{-At}$ , maka akan diperoleh :

$$e^{-At} [\dot{x}(t) - Ax(t)] = e^{-At} B u(t)$$

atau

$$\frac{d}{dt} [e^{-At} x(t)] = e^{-At} B u(t)$$

Dengan mengintegrasikan persamaan di atas dari 0 sampai  $t$ , akan diperoleh,

$$e^{-At} x(t) = x_0 + \int_0^t e^{-A\tau} B u(\tau) d\tau$$

dan persamaan (2.8) akan mempunyai penyelesaian dalam bentuk :

$$x(t) = e^{At} x_0 + \int_0^t e^{A(t-\tau)} B u(\tau) d\tau \quad (2.9)$$

Dari persamaan (2.9) bila dianggap bahwa:

$$\phi(t) = e^{At}$$

dan dari sifat matriks transisi dari *state* yaitu,

$$\phi(t - \tau) = \phi(t) \phi^{-1}(\tau) = e^{A(t - \tau)}$$

maka persamaan (2.9) dapat juga dituliskan dalam bentuk :

$$x(t) = \phi(t) x_0 + \int_0^t \phi(t - \tau) B u(\tau) d\tau$$

Contoh penyelesaian persamaan (2.8) dapat diberikan sebagai berikut.

Diberikan suatu sistem dalam bentuk persamaan *state*-nya sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} [u]$$

dengan  $u(t)$  adalah unit step.

Untuk menyelesaikan matriks transisi dari *state*  $\phi(t) = e^{At}$  bila persamaan (2.8) dibentuk menjadi persamaan homogen,

$$\dot{x} = Ax \quad (2.10)$$

maka persamaan (2.10) tersebut mempunyai bentuk penyelesaian,

$$x(t) = e^{At} x_0 \quad (2.11)$$

jika dinyatakan dalam bentuk persamaan Laplace maka,

$$sX(s) - X(0) = A X(s)$$

atau

$$X(s) = (sI - A)^{-1} X(0)$$

Invers tranformasi Laplace dari persamaan di atas adalah

$$x(t) = \mathcal{L}^{-1} \{ (sI - A)^{-1} \} x(0) \quad (2.12)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.12) ke dalam persamaan (2.11) maka akan diperoleh :

$$e^{At} = \mathcal{L}^{-1} \{ (sI - A)^{-1} \} \quad (2.13)$$

Untuk perhitungan contoh persoalan di atas diperoleh :

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & -1 \\ 2 & s+3 \end{bmatrix}$$

Sedangkan inverse tranformasi Laplace dari  $[sI - A]$  adalah :

$$\begin{aligned} (sI - A)^{-1} &= \frac{1}{(s+1)(s+2)} \begin{bmatrix} s+3 & 1 \\ -2 & s \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{s+3}{(s+1)(s+2)} & \frac{1}{(s+1)(s+2)} \\ \frac{-2}{(s+1)(s+2)} & \frac{s}{(s+1)(s+2)} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

sehingga diperoleh :

$$\begin{aligned} e^{At} &= \mathcal{L}^{-1} \{ (sI - A)^{-1} \} \\ &= \begin{bmatrix} 2e^{-t} - e^{-2t} & e^{-t} - e^{-2t} \\ -2e^{-t} + 2e^{-2t} & -e^{-t} + 2e^{-2t} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

jika input  $u$  berupa *unit step* maka respon outputnya adalah :

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = e^{At}x_0 + \int_0^t \begin{bmatrix} 2e^{-(t-\tau)} - e^{-2(t-\tau)} & e^{-(t-\tau)} - e^{-2(t-\tau)} \\ -2e^{-(t-\tau)} + 2e^{-2(t-\tau)} & -e^{-(t-\tau)} + 2e^{-2(t-\tau)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} d\tau$$

atau,

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2e^{-t} - e^{-2t} & e^{-t} - e^{-2t} \\ -2e^{-t} + 2e^{-2t} & -e^{-t} + 2e^{-2t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.5e^{-t} + 0.5e^{-2t} \\ e^{-t} - e^{-2t} \end{bmatrix}$$

untuk kondisi harga awal = 0 atau  $x(0) = 0$ , maka  $x(t)$  menjadi :

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5e^{-t} + 0.5e^{-2t} \\ e^{-t} - e^{-2t} \end{bmatrix}$$

## 2.3 Keteramatan Dan Keterkontrolan

Penyelesaian persoalan kontrol optimal tidak akan dapat dicapai apabila sistem yang diamati tidak dapat dikontrol. Meskipun hampir semua sistem fisik dapat dikontrol dan diamati, akan tetapi bila ditinjau dari model matematikanya kadang-kadang sistem tersebut tidak memiliki sifat-sifat keteramatan dan



keterkontrolan. Oleh karena itu diperlukan pengetahuan mengenai kondisi bagaimana suatu sistem dapat diamati dan dikontrol.

Konsep keteramatan dan keterkontrolan diperkenalkan oleh Kalman<sup>1</sup>, dimana kedua hal tersebut sangat menunjang bagi keberadaan penyelesaian lengkap persoalan kontrol optimal.

### 2.3.1 Keteramatan (*Observability*)

Suatu sistem linear dengan persamaan state :

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) \quad (2.11)$$

dengan observasi linearnya :

$$w(t) = H(t)x(t) \quad (2.12)$$

di mana :

$x(t)$  = vektor keadaan ( $n \times 1$ )

$w(t)$  = vektor observasi ( $r \times 1$ )

$A(t)$  = matriks sistem  $n \times n$

$H(t)$  = matriks  $r \times n$

Dari penyelesaian persamaan (2.14), tampak bahwa :

$$x(t) = \phi(t, t_0) x_0$$

Sehingga persamaan (2.15) dapat diubah menjadi :

$$w(t) = H(t) \phi(t, t_0) x_0$$

Definisi dan teorema *observabilitas* dapat diuraikan sebagai berikut <sup>2</sup>:

<sup>1</sup> K. Ogata, "Modern Control Engineering", PHI, New Delhi, 1985, hal 754

<sup>2</sup> David L. Russel, "Mathematics of Finite-Dimensional Control System", Marccel DEXXER, New York, 1979, hal 32 - 34

Definisi (2.1):

Sistem pada persamaan-persamaan (2.14) dan (2.15) dapat diamati pada interval  $(t_0, t_1)$ , jika observasi linearnya sama dengan nol atau :

$$w(t) = H(t) x(t) = 0$$

Dari definisi (2.1) tersebut karena  $H(t)$  tidak sama dengan nol, maka  $x(t) = 0$  yang mana hal tersebut dapat dicapai apabila,  $x(t_0) = x_0 = 0$ .

Definisi (2.2):

Sistem pada persamaan-persamaan (2.14) dan (2.15) dapat diamati pada interval  $(t_0, t_1)$ . Jika ada saat-saat  $s_1, s_2, \dots, s_q \in (t_0, t_1)$  sehingga,

$$\text{rank} \begin{bmatrix} H(s_1) & \phi(s_1, t_0) \\ H(s_2) & \phi(s_2, t_0) \\ \vdots & \vdots \\ H(s_q) & \phi(s_q, t_0) \end{bmatrix} = \text{rank } V(s_1, s_2, \dots, s_q, t_0) = n \quad (2.16)$$

Contoh :

Suatu sistem orde 2 dinyatakan dengan persamaan diferensial :

$$t^2 \ddot{x} + t \dot{x} - x = 0$$

di mana observasi linear yang diinginkan adalah :

$$w = \dot{x}$$

Dari persamaan tersebut bila dimisalkan :

$$x_1 = x$$

$$x_2 = \dot{x}$$

maka persamaan keadaannya dapat dinyatakan sebagai,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{t^2} & -\frac{1}{t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$w = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \rightarrow H = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

maka untuk  $t_0 = 1$ , akan diperoleh :

$$\phi(t, 1) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} t + \frac{1}{t} & t - \frac{1}{t} \\ 1 - \frac{1}{t^2} & 1 + \frac{1}{t^2} \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad H(t)\phi(t, 1) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{t^2} & 1 + \frac{1}{t^2} \end{bmatrix}$$

Dari persamaan (2.16), bila  $s_1 = 1$  dan  $s_2 = 2$  maka:

$$\text{rank} \begin{bmatrix} H(1) & \phi(1, 1) \\ H(2) & \phi(2, 2) \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{3}{8} & \frac{5}{8} \end{bmatrix} = 2$$

Karena rank = 2 maka sistem di atas dapat diamati (*observable*).

Definisi (2.3):

Sistem pada persamaan-persamaan (2.14) dan (2.15) dapat diamati (*observable*) jika dan hanya jika untuk harga  $q$  dimana :

$$\frac{n}{r} \leq q \leq n$$

maka rank matriks *observabilitasnya* sama dengan  $n$  atau,

$$\text{rank} \begin{bmatrix} H \\ HA \\ \vdots \\ HA^{q-1} \end{bmatrix} = n$$

Misalnya, persamaan *state* dari sistem dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = Ax$$

$$w = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

maka rank matriks *observabilitasnya* adalah :

$$\text{rank} \begin{bmatrix} H \\ HA \\ HA^2 \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -3 & 6 & -3 \end{bmatrix} = 2$$

Karena rank matriks *observabilitasnya* 2, sedangkan  $n = 3$  (persamaan orde 3),

maka dapat disimpulkan bahwa sistem tersebut tidak dapat diamati.



### 2.3.2 Keterkontrolan (*Controllability*)

Jika suatu sistem dinyatakan dengan persamaan *state* :

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u \quad (2.17)$$

di mana :

$x$  = vektor keadaan ( $n \times 1$ )

$u$  = vektor masukan atur ( $m \times 1$ )

$A(t)$  = matriks sistem  $n \times n$ ;

$B(t)$  = matriks masukan atur  $n \times m$ .

maka sistem pada persamaan (2.17) dapat diatur pada waktu  $t = t_0$ , jika dimungkinkan untuk membentuk suatu sinyal atur yang mana akan membawa *state* awal (*initial state*) sistem ke suatu *state* akhir (*final state*) pada selang waktu  $t_0 < t < t_1$ . Jika setiap *state* dari sistem persamaan (2.17) dapat diatur maka dikatakan bahwa sistem pada persamaan (2.17) dapat diatur secara sempurna (*completely controllable*).

#### Teorema (2.1)<sup>3</sup>

Sistem pada persamaan (2.17) dapat dikontrol pada *interval* ( $t_0 \leq t \leq t_1$ ) jika dan hanya jika matriks *controlabilitas Gramiannya* yaitu :

$$z(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \phi(t_0, t)B(t)B(t)^T\phi(t_0, t)^T dt \quad (2.22)$$

adalah definit positif. Apabila  $\phi(t, t_0)$  merupakan penyelesaian tunggal dari :

$$\dot{\phi}(t, t_0) = A(t)\phi(t, t_0)$$

$$\phi(t_0, t_0) = I$$

maka  $\phi(t_0, t)$  pada persamaan (2.18) akan merupakan penyelesaian tunggal dari

$$\dot{\phi}(t_0, t) = -\phi(t_0, t)A(t)$$

<sup>3</sup> Ogata, Op.cit., hal 709

$$\phi(t_0, t_0) = I$$

Hal ini dapat dijelaskan sebagai berikut, yaitu apabila:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(I) &= \frac{d}{dt}(\phi(t, t_0) \phi(t, t_0)^{-1}) \\ &= \phi(t, t_0) \frac{d}{dt} \phi(t, t_0)^{-1} + \dot{\phi}(t, t_0) \phi(t, t_0)^{-1} \\ &= 0\end{aligned}$$

maka akan diperoleh :

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(\phi(t, t_0)^{-1}) &= -\phi(t, t_0)^{-1} \dot{\phi}(t, t_0) \phi(t, t_0)^{-1} \\ \dot{\phi}(t, t_0)^{-1} &= -\phi(t, t_0)^{-1} A(t) \phi(t, t_0) \phi(t, t_0)^{-1} \\ \dot{\phi}(t_0, t) &= -\phi(t, t_0)^{-1} A(t) \\ \dot{\phi}(t_0, t) &= -\phi(t_0, t) A(t)\end{aligned}$$

Apabila penyelesaian persamaan (2.17) diberikan oleh :

$$x(t) = \phi(t, t_0)x(t_0) + \int_{t_0}^t \phi(t, \tau) B(\tau) u(\tau) d\tau$$

dan dengan menganggap *state* akhir  $x(t_1)$  pada titik pusat (*origin*) dari *state*, maka dari teorema (2.1) jika matriks *controlabilitas* Gramiannya yaitu  $z(t_0, t_1)$  adalah definit positif (*nonsingular*), di mana akan diperoleh inversnya dan dengan memilih,

$$u_0(t) = -B(t)^T \phi(t_0, t) z^{-1}(t_0, t_1) x(t_0) \quad (2.20)$$

maka akan diperoleh penyelesaian persamaan (2.17) untuk  $t = t_1$  sebagai berikut

$$\begin{aligned}x(t_1) &= \phi(t_1, t_0) x(t_0) - \int_{t_0}^{t_1} \phi(t_1, t) B(t) B(t)^T \phi(t_0, t)^T dt z^{-1}(t_0, t_1) x(t_0) \\ &= \phi(t_1, t_0) x(t_0) - \phi(t_1, t_0) \int_{t_0}^{t_1} \phi(t_0, t) B(t) B(t)^T \phi(t_0, t)^T dt z^{-1}(t_0, t_1) x(t_0) \\ &= \phi(t_1, t_0) x(t_0) - \phi(t_1, t_0) z(t_0, t_1) z^{-1}(t_0, t_1) x(t_0) \\ &= 0\end{aligned}$$

di mana untuk  $\phi(t_1, t)$  dipergunakan hubungan :

$$\phi(t_1, t) = \phi(t_1, t_0) \phi(t_0, t)$$

Karena  $z(t_0, t_1)$  adalah definit positif dan *state* akhirnya  $x(t_1) = 0$ , maka tampak bahwa  $x(t_0)$  dapat dibawa ke  $x(t_1)$  pada *interval*  $t_0 \leq t \leq t_1$  dengan mempergunakan  $u_0(t)$  pada persamaan (2.10), sehingga sistem pada persamaan (2.17) dikatakan dapat diatur.

**Teorema (2.2):**

Sistem pada persamaan (2.17) dapat dikontrol pada *interval* waktu  $[t_0, t_1]$  jika dan hanya jika "adjoint" dari pada sistem tersebut yaitu

$$\dot{z}^* = -A(t)^T z + H(t)^T s \quad (2.21)$$

$$w = B(t)^T z \quad (2.22)$$

di mana :

$z$  = vektor keadaan ( $n \times 1$ )

$s$  = vektor atur ( $m \times 1$ )

$w$  = vektor observasi ( $r \times 1$ )

$A(t)$  = matriks sistem  $n \times n$

$B(t)$  = matriks masukan atur  $n \times r$

$H(t)$  = matriks  $n \times m$

dapat diamati pada *interval*  $[t_0, t_1]$ .

Dari teorema (2.1) dinyatakan bahwa matriks *controllabilitas* Gramian sistem pada persamaan (2.22) berbentuk :

$$z = \int_{t_0}^{t_1} \phi(t_0, t) B(t) B(t)^T \phi(t_0, t)^T dt$$

Apabila matriks *observabilitas* Gramian sistem pada persamaan (2.21) dan (2.22) diberikan dalam bentuk :

$$w_a = \int_{t_0}^{t_1} \Psi(t, t_0)^T B(t) B(t)^T \Psi(t, t_0) dt \quad (2.23)$$



di mana  $\phi(t_0, t)$  dan  $\psi(t, t_0)^T$  memenuhi hubungan,

$$\frac{d}{dt}\phi(t_0, t) = -\phi(t_0, t)A(t); \quad \phi(t_0, t_0) = I$$

$$\frac{d}{dt}\psi(t, t_0)^T = -\psi(t, t_0)^T A(t); \quad \psi(t_0, t_0) = I$$

akan diperoleh,

$$\phi(t_0, t) = \psi(t, t_0)^T$$

Oleh karena itu sistem pada persamaan (2.17) dikatakan dapat dikontrol apabila sistem pada persamaan-persamaan (2.21) dan (2.22) dapat diamati.

Suatu sistem dengan koefisien konstan yang dinyatakan dalam bentuk:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.24)$$

di mana sistem tersebut mempunyai penyelesaian

$$x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}B u(\tau) d\tau$$

Apabila *state* akhir dianggap terletak pada titik pusat ruang *state*, maka

$$\begin{aligned} x(T) &= e^{AT}x(0) + \int_0^T e^{A(T-\tau)}B u(\tau) d\tau \\ &= 0 \end{aligned}$$

atau

$$x(0) = - \int_0^T e^{-A\tau} B u(\tau) d\tau \quad (2.25)$$

Dari persamaan (2.25), bila  $e^{-A\tau}$  dideretkan maka akan diperoleh,

$$e^{-A\tau} = \sum_{k=0}^{n-1} a_k(\tau) A^k \quad (2.26)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.26) ke persamaan (2.25) maka akan diperoleh :

$$x(0) = - \sum_{k=0}^{n-1} A^k B \int_0^T a_k(\tau) u(\tau) d\tau \quad (2.27)$$

jika dimisalkan,

$$\int_0^T a_k(\tau) u(\tau) d\tau = b_k$$

maka persamaan (2.27) dapat ditulis

$$\begin{aligned}
 x(0) &= -\sum_{k=0}^{n-1} A^k B b_k \\
 &= -\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.28)
 \end{aligned}$$

Dari persamaan (2.28) tampak bahwa *state* awal  $x(0)$  dapat dibawa ke *state* akhir  $x(T) = 0$ , sebagai kombinasi linear dari  $[B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B]$ , sehingga apabila dibentuk matriks  $n \times n$  matriks  $Q$ , di mana :

$$Q = [B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B]$$

mempunyai rank =  $n$  atau terdiri atas  $n$  vektor kolom yang bebas secara linear, maka dikatakan sistem pada persamaan (2.24) dapat dikontrol.

Contoh:

Suatu sistem dengan persamaan state:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} [u]$$

Pada sistem tersebut tampak bahwa :

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 1.5 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{maka} \quad AB = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.5 \end{bmatrix}$$

sehingga diperoleh :

$$Q = [B \ AB] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1.5 \end{bmatrix}$$

Dari matriks  $Q$  tersebut, tampak bahwa kolom vektor  $B$  dan kolom vektor  $AB$  adalah kolom-kolom vektor yang bebas linear dan mempunyai rank = 2. Oleh karena itu dapat disimpulkan, bahwa sistem tersebut dapat dikontrol.

## 2.4 Kestabilan Lyapunov

Kestabilan sistem merupakan hal penting yang harus ditentukan dalam sistem pengaturan. Jika sistem linear dan parameter konstan, kita dapat menggunakan beberapa kriteria kestabilan. Diantaranya adalah dengan kriteria kestabilan Nyquist, kriteria kestabilan Routh dan sebagainya. Akan tetapi jika sistem non linear atau linear dengan parameter yang berubah, maka kriteria kestabilan tersebut tidak dapat digunakan. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menyelidiki suatu sistem stabil atau tidak adalah dengan metode Lyapunov.

Persoalan kestabilan sistem dinamik merupakan persoalan untuk menentukan apakah seluruh jawab persamaan diferensial untuk sistem tersebut akan tetap berhingga untuk waktu yang menuju ke tidak berhingga.

Pada analisis kestabilan umum maka diperlukan pemecahan persamaan diferensial sistem, baik secara eksak maupun secara numerik. Metode demikian akan menyebabkan analisis kestabilan menjadi rumit. Dengan metode Lyapunov, kestabilan dari suatu sistem dinamik dapat dianalisis tanpa memecahkan persamaan diferensial dari sistem tersebut.

Tinjau dari sistem dinamik yang dinyatakan dengan bentuk persamaan keadaan  $\dot{x} = Ax$ . Di mana  $x$  merupakan vektor keadaan (vektor berdimensi  $n$ ) dan  $A$  adalah matriks konstan  $n \times n$ .  $A$  merupakan matriks non singular. Kestabilan keadaan kesetimbangan dari sistem linear parameter konstan tersebut dapat diselidiki dengan metode kedua Lyapunov. Untuk sistem seperti di atas maka dipilih fungsi Lyapunov sebagai berikut,

$$V(x) = x^T P x \quad (2.29)$$



## BAB III

### TEORI DASAR PENGATUR ROBUST

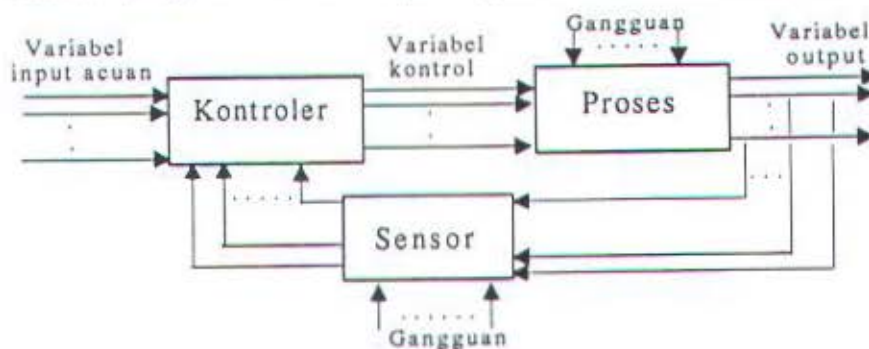
---

#### 3.1 Umum

Karakteristik penting dari suatu sistem pengaturan adalah kestabilan sistem. Sistem dalam keadaan setimbang jika tanpa adanya suatu gangguan atau sinyal input, maka output yang terjadi dalam keadaan yang tetap. Sistem linear parameter konstan adalah stabil, jika pada akhirnya kembali ke keadaan kesetimbangan dengan adanya suatu gangguan dan tidak stabil jika outputnya berosilasi terus menerus atau membesar tanpa batas dari keadaan setimbangnya, jika sistem tersebut dikenai suatu gangguan.

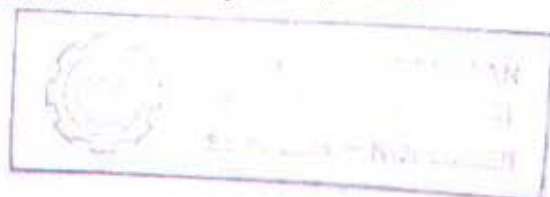
#### 3.2 Prinsip-Prinsip Desain Sistem Pengaturan

Sistem pengaturan linear dapat dinyatakan dalam gambar 3.1.



Gambar 3.1 Diagram blok suatu sistem pengaturan

Dalam mendesain sistem pengaturan seperti yang terdapat pada gambar 3.1, maka permasalahan utama adalah menentukan pengatur sehingga sinyal atur yang dihasilkan dapat mengendalikan bentuk sinyal *output*, agar



sama dengan bentuk sinyal *input*. Apabila *input* acuannya konstan dan diinginkan menjaga *output* agar tetap konstan, maka diperlukan sebuah regulator sehingga sinyal *output*nya konstan.

Kontroler menghasilkan sinyal kontrol berdasarkan variabel *input*. Pada kondisi praktis, sering ada beberapa gangguan yang dialami pada *plant*. Gangguan ini mungkin berasal dari luar atau dari dalam, mungkin bersifat acak, mungkin pula dapat diramalkan. Dalam mendesain pengatur harus memperhitungkan setiap gangguan yang mempengaruhi variabel *output*.

Sistem pengaturan didesain untuk menyelesaikan tugas tertentu. Persyaratan yang harus dipenuhi biasanya disebut spesifikasi perfromansi. Hal ini biasanya berkaitan dengan kestabilan mutlak, ketelitian, kestabilan relatif dan kecepatan respon. Di samping kestabilan mutlak maka suatu sistem pengaturan harus mempunyai kestabilan relatif yang layak. Suatu sistem pengaturan harus mampu memperkecil kesalahan sampai batas yang dapat ditoleransi.

Persyaratan kestabilan relatif yang layak dan ketelitian keadaan tunak (*steady state*) cenderung tidak dapat dipenuhi secara bersamaan. Oleh karena itu dalam mendesain sistem pengaturan, perlu melakukan kompromi yang paling efektif diantara dua persyaratan ini.

### 3.3 Sistem Pengaturan Robust

Masalah penentuan kaidah atur umpan balik yang berfungsi untuk menstabilkan sistem linear yang mengandung ketidakpastian berubah waktu telah menarik perhatian banyak peneliti. Diantaranya adalah Pattersen dan Hollot (1986), Pattersen (1988) dan Schmitendorf (1988), yang memberikan



teknik alternatif yang lebih sederhana dalam mendesain sebuah kontroler penstabil linear yang dapat menjamin kestabilannya, yaitu dengan pendekatan Persamaan Riccati Aljabar (*Algebra Riccati Equation*).

Untuk menyatakan sistem dengan peubah jamak maka digunakan konsep pendekatan ruang keadaan. Pada masalah penstabilan diinginkan agar ruang keadaan (state space) sistem dapat dikembalikan ke keadaan yang setimbang (*equalibrium state*) jika terjadi gangguan, sehingga dapat ditunjukkan bahwa bahwa pengatur yang didesain mampu menstabilkan sistem walaupun terdapat ketidakpastian model sistem dalam batas-batas tertentu.

### 3.3.1 Diskripsi Sistem

Suatu klas ketidakpastian dari sebuah sistem linear dinyatakan dengan persamaan state :

$$\dot{x} = \left[ A_0 + \sum_{i=1}^k A_i r_i(t) \right] x(t) + \left[ B_0 + \sum_{i=1}^l B_i s_i(t) \right] u(t) \quad (3.1)$$

$$|r_i(t)| \leq \bar{r}, \quad i = 1, 2, \dots, k; \quad \bar{r} \geq 0;$$

$$|s_i(t)| \leq \bar{s}, \quad i = 1, 2, \dots, l; \quad \bar{s} \geq 0;$$

di mana  $x(t) \in R^n$  merupakan state,  $u(t) \in R^m$  merupakan kontrol input dan  $r(t) \in R^k$ ,  $s(t) \in R^l$ , merupakan vektor ketidakpastian parameter sistem. Fungsi  $r(\bullet)$  dan  $s(\bullet)$  dibatasi dan terukur secara Lebesgue. Matriks  $A_i$  dan  $B_i$  diasumsikan merupakan matriks rank satu dalam bentuk  $A_i = d_i e_i^T$  dan  $B_i = f_i g_i^T$ . Sedangkan  $r$  dan  $s$  dapat dinyatakan sebagai faktor penskala dari matriks  $A_i$  dan  $B_i$  yang masing-masing besarnya  $|r_i| \leq 1$  dan  $|s_i| \leq 1$ . Asumsi bahwa  $A_i$  dan  $B_i$  merupakan matriks yang mempunyai rank satu akan menyebabkan penyelesaian (kombinasi) dari  $d_i e_i^T$  dan  $f_i g_i^T$  menjadi tidak satu (unik). Sebagai contoh jika  $d_i$  dikalikan dengan suatu skalar dan  $e_i$  dibagi dengan suatu bilangan skalar yang



sama akan menghasilkan nilai  $A_1$  yang sama. Hal ini merupakan kelemahan utama dari pendekatan ini.

### 3.3.2 Kestabilan Robust Sistem Tak Pasti

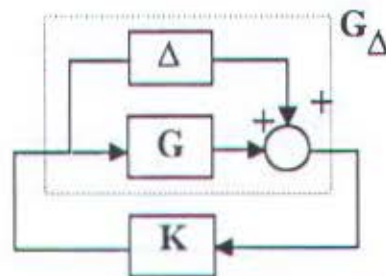
Dalam perancangan suatu sistem pengaturan yang menganggap bahwa model fisik sistem diketahui secara pasti (*off-line*), sering mengalami kegagalan dalam realisasinya. Hal ini disebabkan karena dilakukannya pengabaian bagian yang kompleks dalam perhitungan identifikasi model sistem. Perbedaan antara model nominal dengan model sistem yang sebenarnya merupakan kesalahan (galat) pemodelan atau ketidakpastian sistem. Pada realisasinya ketidakpastian yang terdapat dalam sistem dapat disebabkan oleh beberapa sebab, misalnya:

- ♦ ketidakakuratan pemodelan,  
pemodelan matematik dari suatu sistem fisis akan selalu disertai kesalahan. Kesalahan ini dapat ditimbulkan oleh variasi parameter sistem, mode-mode *non-linear* yang diabaikan atau mode-mode dinamis frekuensi tinggi yang tidak termodelkan.
- ♦ karakteristik gangguan yang mempengaruhi sistem seringkali tidak diketahui secara lengkap. Biasanya informasi yang ada mengenai gangguan ini hanyalah bahwa energinya terbatas.
- ♦ perubahan parameter karena pengoperasian, dan sebagainya.

Pada dasarnya ketidakpastian sistem yang disebabkan oleh kesalahan dalam pemodelan dapat digolongkan ke dalam tiga jenis yaitu:

1. Gangguan ( $\Delta$ ) merupakan ketidakpastian *additive* jika:

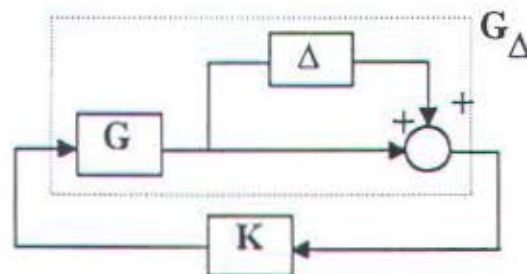
$G_\Delta = G + \Delta$ , di mana  $G$  merupakan model *plant*, sehingga  $G_\Delta$  merupakan paduan linear *plant* dengan gangguan.



Gambar 3.2 Ketidakpastian *additive*

2. Gangguan ( $\Delta$ ) merupakan ketidakpastian *multiplicative* jika,

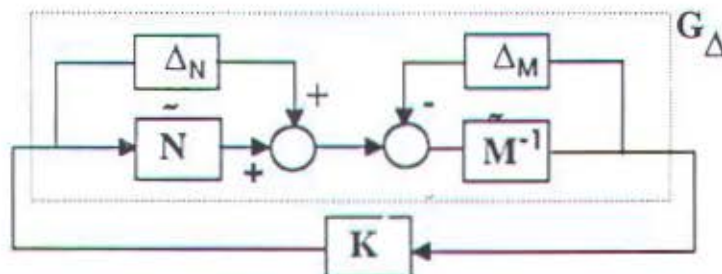
$$G_\Delta = (I + \Delta)G$$



Gambar 3.3 Ketidakpastian *multiplicative*

3. Gangguan ( $\Delta_N$ ,  $\Delta_M$ ) merupakan ketidakpastian *koprime*<sup>6</sup> jika,

$$G_\Delta = [\tilde{M} + \Delta_M]^{-1} [\tilde{N} + \Delta_N]$$

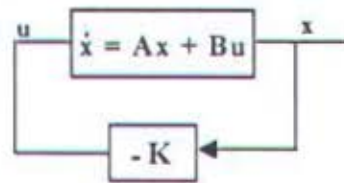


Gambar 3.4 Ketidakpastian *koprime*

<sup>6</sup> Glover, Keith dan McFarlane, "Robust Stabilization of Normalized Coprime Faktor Plant Description with  $H_\infty$  Bounded Uncertainty", IEEE, Vol 34, Agustus 1989.

### 3.4 Perumusan Masalah Regulator Linear Robust

Adanya ketidakpastian dari model sistem merupakan latar belakang dikembangkan sistem pengaturan *robust*. Filosofi dikembangkan sistem pengaturan *robust* dapat digambarkan dengan membahas sistem regulator linear. Diagram umum regulator dapat ditinjau sebagai berikut:



Gambar 3.4 Diagram blok sistem pengaturan

Persamaan sistem lup terbuka adalah:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

dengan  $u = -Kx$ , akan diperoleh persamaan sistem lup tertutup

$$\dot{x} = (A - BK)x$$

$$y = Cx$$

(3.2)

#### 3.4.1 Regulator Dengan Model Sistem Nominal

Model sistem nominal adalah model yang disusun oleh nilai parameter rata-rata sistem. Untuk sistem dengan model seperti persamaan (2.1), maka persamaan model nominal sistemnya adalah :

$$\dot{x} = A_0x + B_0u \quad (3.3)$$

di mana,

$x$  = vektor keadaan ( $n \times 1$ )

$u$  = vektor masukan kontrol ( $m \times 1$ )

$A_0$  = matriks sistem nominal ( $n \times n$ )



$B_o$  = matriks masukan kontrol nominal (nxm)

Persamaan lup tertutup untuk sistem dengan model sistem nominal adalah :

$$\dot{x} = (A_o - B_o K)x \quad (3.4)$$

### 3.4.2 Regulator Dengan Matriks Sistem Tak Pasti

Perubahan parameter-parameter sistem akan menyebabkan ketidakpastian pada model sistem. Dengan kata lain, elemen-elemen matriks sistem nominal  $A_o$  atau matriks masukan atur nominal  $B_o$  akan berubah.

Untuk regulator dengan matriks sistem tak pasti, persamaan (2.1) menjadi,

$$\dot{x} = (A_o + \Delta A)x + B_o u$$

Sedangkan untuk sistem dengan lup tertutup berlaku,

$$\dot{x} = [(A_o + \Delta A) - B_o K]x \quad (3.5)$$

di mana:

$\Delta A$  = matriks ketidakpastian sistem (nxn)

Untuk ketidakpastian yang terjadi baik pada matriks sistem nominal  $A_o$  maupun matriks masukan atur nominal  $B_o$  maka persamaan sistem lup terbuka (2.1) berubah menjadi:

$$\dot{x} = (A_o + \Delta A)x + (B_o + \Delta B)u \quad (3.6)$$

di mana

$\Delta B$  = matriks ketidakpastian masukan atur (nxm)

Untuk sistem lup tertutup maka persamaan (3.6) menjadi,

$$\dot{x} = (A_o + \Delta A)x - (B_o + \Delta B)Kx \quad (3.7a)$$

$$\dot{x} = [(A_o + \Delta A) - (B_o + \Delta B)K]x \quad (3.7b)$$

### 3.5 Perumusan Kestabilan I

Berikut ini akan dirumuskan Masalah Kestabilan I untuk sistem dengan ketidakpastian berubah waktu. Pada masalah ini ketidakpastian model sistem terjadi karena adanya ketidakpastian pada matriks sistemnya. Ketidakpastian pada matriks masukan atur adalah nol.

Persamaan dinamis sistem dengan ketidakpastian pada nominal sistem dapat dinyatakan sebagai:

$$\dot{x}(t) = [(A_0 + \Delta A(r(t)))]x(t) + Bu(t) \quad (3.8)$$

di mana,

$x(t) \in R^n$  = vektor state sistem (nx1)

$u(t) \in R^m$  = vektor masukan atur (mx1)

$A_0$  = matriks sistem nominal (nxn)

$B$  = matriks masukan atur (nxm)

Ketidakpastian memasuki sistem melalui vektor  $r(t) \in R^k$ . Informasi yang tersedia tentang ketidakpastian ini adalah bahwa  $r(\cdot)$  terukur secara *Lebesgue* dan jangkauan terbatas dalam himpunan tertentu  $\mathcal{R}$ , di mana

$$\mathcal{R} \triangleq \{ r : |r_i| \leq \bar{r}_i, i = 1, 2, \dots, k \}$$

Selanjutnya dapat dianggap bahwa ketidakpastian mempunyai rank-1<sup>7</sup>:

$$\Delta A(r(t)) = \sum_{i=1}^k A_i r_i(t) \quad (3.9)$$

di mana  $\text{rank}(A_i) = 1, i = 1, 2, \dots, k$  karena anggapan "rank-1",  $A_i$  dapat dituliskan sebagai,

$$A_i = d_i e_i^T, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (3.10)$$

di mana,

<sup>7</sup> Petersen, Ian R dan V Hollot, Christopher, "A Riccati Equation to the Stabilization of Uncertain :Linear Systems", *Automatica*, Vol 22, July 1986.

$d_i$  dan  $e_i$  adalah vektor-vektor berdimensi  $n \times 1$

Kita ingin menentukan masukan atur umpan balik linear

$$u(t) = Kx(t) \quad (3.11)$$

Untuk menentukan besarnya penguatan  $K$  dari sistem yang mempunyai ketidakpastian pada model nominal sistem dapat dicari dengan menyelesaikan persamaan Riccati berikut<sup>8</sup>:

$$PA_0 + A_0^T P - P \left[ \frac{1}{\varepsilon} B_0 R^{-1} B_0^T - T \right] P + U + \varepsilon Q = 0 \quad (3.12)$$

di mana nilai  $\varepsilon$  merupakan skalar positif,  $Q$  dan  $R$  merupakan matriks definit positif yang dipilih oleh perancang, sedangkan  $T$  dan  $U$  merupakan komponen ketidakpastian yang dapat dicari sebagai berikut:

$$T \triangleq \bar{r} \sum_{i=1}^k d_i d_i^T \quad (3.13)$$

$$U \triangleq \bar{r} \sum_{i=1}^k e_i e_i^T \quad (3.14)$$

Sehingga dengan menyelesaikan persamaan Riccati untuk mendapatkan nilai dari  $P$  akan dapat ditentukan persamaan pengatur umpan balik nya sebagai berikut :

$$K = -\frac{1}{\varepsilon} R^{-1} B_0^T P \quad (3.15)$$

Maka,

$$u(t) = K x(t) \quad (3.16)$$

$K$  merupakan kontrol penstabil. Bukti kestabilan sistem dengan kaidah atur umpan balik linear  $K$  seperti (3.15) dapat diselidiki dengan fungsi kestabilan Lyapunov sebagai berikut :

Dari persamaan (3.15) jika disubstitusikan ke persamaan (3.16) maka  $u(t) = -\frac{1}{\varepsilon} R^{-1} B_0^T P x(t)$  sehingga persamaan loop tertutupnya adalah,

$$\dot{x}(t) = \left[ A_0 + \sum_{i=1}^k A_i r_i(t) - \frac{1}{\varepsilon} B_0 R^{-1} B_0^T P \right] x(t)$$

<sup>8</sup> Ibid Petersen, Ian R dan V Hollot, Christopher, .



Dengan memakai persamaan (2.29) di mana dipilih fungsi Lyapunov  $V(x)=x^T Px$  dengan  $P$  merupakan matriks simetri definit positif. Maka dengan mensubstitusikan  $\dot{x}(t)$  pada turunan fungsi Lyapunov akan diperoleh :

$$\begin{aligned}\dot{V}(x) &= x^T A_0 P x + x^T \sum_{i=1}^k r_i^T(t) A_i^T P x - x^T \left( \frac{1}{\epsilon} P B_0 R^{-1} B_0^T P \right) x \\ &\quad + x^T P A_0 x + x^T P \sum_{i=1}^k A_i r_i(t) x - x^T \frac{1}{\epsilon} P B_0 R^{-1} B_0^T P x \\ x^T P \sum_{i=1}^k A_i r_i(t) x &= x^T P \sum_{i=1}^k d_i e_i^T r_i(t) x \leq \bar{r} \sum_{i=1}^k |x^T P d_i e_i^T x|\end{aligned}$$

Dengan melihat bahwa jika terdapat dua bilangan real  $a$  dan  $b$  maka akan berlaku hubungan  $a^2 + b^2 \geq 2ab$  maka untuk persamaan di atas berlaku hubungannya sebagai berikut :

$$\begin{aligned}x^T P \sum_{i=1}^k A_i r_i(t) x &\leq \frac{1}{2} \bar{r} \sum_{i=1}^k (x^T P d_i)^2 + \frac{1}{2} \bar{r} \sum_{i=1}^k (e_i^T x)^2 \\ &\leq \frac{1}{2} \bar{r} \sum_{i=1}^k x^T P d_i d_i^T P x + \frac{1}{2} \bar{r} \sum_{i=1}^k x^T e_i e_i^T x \\ &\leq \frac{1}{2} \bar{r} x^T (PTP + U) x\end{aligned}\tag{3.17}$$

Sehingga :

$$\begin{aligned}\dot{V}(x, t) &\leq x^T (P A_0 + A_0^T P - \frac{2}{\epsilon} P B_0 R^{-1} B_0^T P + PTP + U) x \\ &\leq x^T [P A_0 + A_0^T P - P \left( \frac{2}{\epsilon} B_0 R^{-1} B_0^T - T \right) P + U] x\end{aligned}$$

Sistem akan stabil jika turunan pertama dari  $V(x)$  mempunyai definit negatif.

$$\dot{V}(x) \leq x^T \{ P A_0 + A_0^T P - P \left[ \frac{2}{\epsilon} B_0 R^{-1} B_0^T - T \right] P + U \} x = -x^T \{ \epsilon Q \} x$$

dengan menentukan nilai  $Q$  sembarang definit positif maka jika diperoleh nilai matriks  $P$  definit positif maka sistem akan stabil asimtotik.

### 3.6 Perumusan Masalah Kestabilan II

Pada masalah ini, ketidakpastian terjadi baik pada matriks sistem maupun sistem maupun matriks masukan atur. Permasalahan ini oleh Schmitendorf dirumuskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\dot{V}(x) &= x^T A_o^T P x + x^T P \sum_{i=1}^k A_i r_i(t) x - x^T \frac{1}{\epsilon} P B_o R^{-1} B_o^T P x - x^T \frac{1}{\epsilon} P B_o^T R^{-1} \sum_{i=1}^k B_i s_i(t) P x \\
&\quad + x^T P A_o x + x^T P \sum_{i=1}^k A_i r_i(t) x - x^T \frac{1}{\epsilon} P B_o R^{-1} B_o^T P x - \frac{1}{\epsilon} x^T P \sum_{i=1}^k B_i s_i(t) R^{-1} B_o^T P x \\
\dot{V}(x) &= x^T (A_o^T P + P A_o) x - \frac{2}{\epsilon} x^T P B_o R^{-1} B_o^T P x + 2x^T P \sum_{i=1}^k A_i r_i(t) - \frac{2}{\epsilon} x^T P \sum_{i=1}^k B_i s_i(t) R^{-1} B_o^T P x \\
2x^T P \sum_{i=1}^k A_i r_i(t) x &= 2x^T P \sum_{i=1}^k d_i e_i^T r_i(t) x \leq 2 \bar{r} \sum_{i=1}^k |x^T P d_i e_i^T x| \\
&\leq \bar{r} \sum_{i=1}^k (x^T P d_i)^2 + \bar{r} \sum_{i=1}^k (e_i^T x)^2 \\
&= \bar{r} x^T P \sum_{i=1}^k d_i d_i^T P x + \bar{r} x^T \sum_{i=1}^k e_i e_i^T x \\
&= x^T P T P x + x^T V x \\
-\frac{2}{\epsilon} x^T P \sum_{i=1}^k B_i s_i R^{-1} B_o^T P x &= -\frac{2}{\epsilon} x^T P \sum_{i=1}^k f_i g_i^T s_i R^{-1} B_o^T P x \leq \frac{2}{\epsilon} \left| \sum_{i=1}^k x^T P f_i g_i R^{-1} B_o^T P x \right| \\
&\leq \frac{2}{\epsilon} \bar{s} \left| \sum_{i=1}^k x^T P f_i g_i R^{-1} B_o^T P x \right| \\
&= \frac{1}{\epsilon} \bar{s} \sum_{i=1}^k (x^T P f_i)^2 + \frac{1}{\epsilon} \bar{s} \sum_{i=1}^k (g_i R^{-1} B_o^T P x)^2 \\
&= \frac{1}{\epsilon} \bar{s} x^T P \sum_{i=1}^k f_i f_i^T P x + \frac{1}{\epsilon} \bar{s} x^T P B_o R^{-1} \sum_{i=1}^k g_i g_i^T R^{-1} B_o^T P x \\
&= \frac{1}{\epsilon} x^T P W P x + \frac{1}{\epsilon} x^T P B_o R^{-1} V R^{-1} B_o^T P x \\
\dot{V}(x) &\leq x^T A_o^T P x + x^T P A_o x - \frac{2}{\epsilon} x^T P B_o R^{-1} B_o^T P x + x^T P T P x \\
&\quad + x^T U x + \frac{1}{\epsilon} x^T P W P x + \frac{1}{\epsilon} x^T P B_o R^{-1} V R^{-1} B_o^T P x \\
\dot{V}(x) &\leq x^T [A_o^T P + P A_o - P(\frac{1}{\epsilon}(2B_o R^{-1} B_o^T - B_o R^{-1} V R^{-1} B_o^T - W) - T + U)] x \\
\dot{V}(x) &\leq -\epsilon x^T Q x
\end{aligned}$$

Jika matriks  $Q$  yang ditentukan oleh perancang mempunyai nilai definit positif dan penyelesaian matriks Riccati  $P$  definit positif maka akan dihasilkan sistem yang stabil secara asimtotik.

## BAB IV

### MODEL NOMINAL DAN KETIDAKPASTIAN MODEL MOTOR ARUS SEARAH

---

#### 4.1 Pendahuluan

Tahap penting pada perancangan sistem pengaturan robust adalah pengenalan obyek yang akan dikendalikan. Pengenalan obyek yang akan dikendalikan ini meliputi pengenalan model nominal sistem dan ketidakpastian model yang terjadi karena berubahnya parameter sistem.

Pada dasarnya mesin listrik (motor maupun generator) akan berfungsi bila memiliki :

- kumparan medan, untuk menghasilkan medan magnet.
- kumparan jangkar, untuk menghasilkan ggl pada konduktor-konduktor yang terletak pada alur-alur jangkar,
- celah udara, yang memungkinkan berputarnya jangkar dalam medan magnet.

Pada mesin arus searah, kumparan medan yang berbentuk kutub sepatu merupakan stator dan kumparan jangkar merupakan rotor. Bila kumparan jangkar berputar dalam medan magnet, maka akan dibangkitkan tegangan (ggl) yang berubah-ubah arah setiap setengah putaran, sehingga menghasilkan tegangan bolak-balik :

$$e = E_{maks} \sin \omega t \quad (4.1)$$

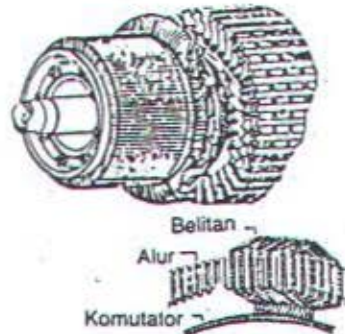


Untuk menghasilkan tegangan searah diperlukan alat penyearah yang yaitu komutator dan sikat.



Gambar 4.1a.

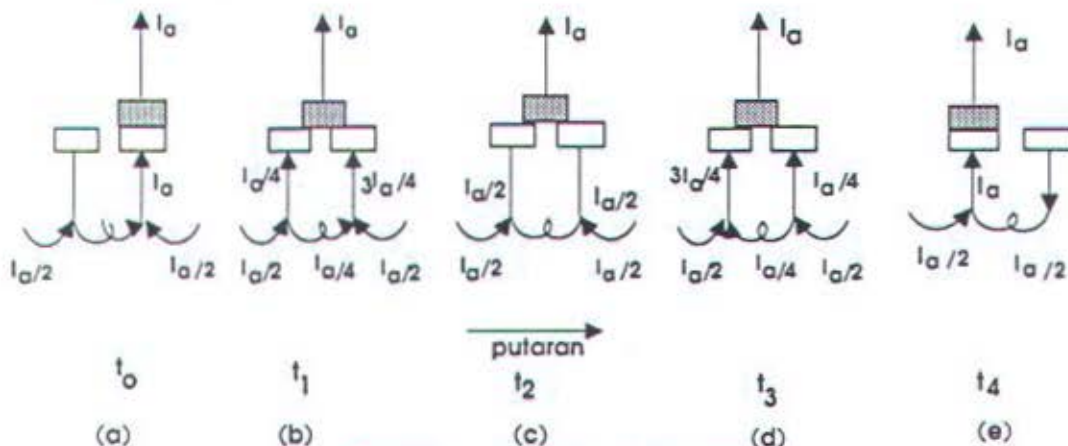
Medan stator 4 kutub



Gambar 4.1b.

Komutator kumparan jangkar (rotor)

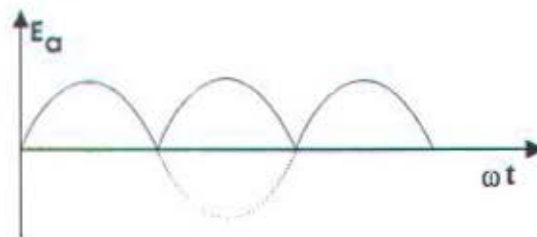
Pada dasarnya jika suatu kumparan yang diputar dalam medan magnet dengan kedua ujung yang dipasang cincin maka tegangan yang keluar dari ujung kumparan ini merupakan suatu gelombang sinusoid dengan setengah siklus negatifnya dibalik menjadi positif. Dengan demikian tegangan yang keluar merupakan tegangan searah. Prinsip kerja komutator dapat digambarkan seperti gambar (4.2).



Gambar 4.2 komutator dengan sikat.

Misalnya pada  $t = t_0$  segmen komutator berimpit dengan sikat. Dan misalnya ada dua jalan paralel dalam kumparan jangkar tersebut, sehingga arus jangkar  $I_a$

yang mengalir pada masing-masing jalan paralel  $I_a/2$ . Dengan demikian arus yang mengalir dalam kumparan  $A = I_a/2$  dan arahnya ke kanan. Jika arah perputaran jangkar dimisalkan ke arah kanan dan pada saat  $t_1$  sikat terletak antara dua komutator dengan perbandingan 1 : 3 (gambar 4.2b) maka distribusi arus masing-masing komutator adalah  $I_a/4$  pada komutator sebelah kiri, dan  $3I_a/4$  pada komutator sebelah kanan, sehingga arus yang mengalir pada kumparan A sebesar  $I_a/4$  dengan arah ke kanan. Pada saat  $t=t_2$  sikat tepat berada di tengah-tengah antara dua segmen komutator tersebut, maka terlihat tiada arus yang mengalir pada kumparan A (keadaan ini sama halnya seperti saat ketika kumparan A tepat berada pada bidang netral). Pada saat  $t = t_3$  sikat berada diantara dua segmen komutator dengan perbandingan letak 1:3 maka arus yang mengalir pada kumparan  $A = I_a/4$ , dengan arah arus terbalik ke kiri. Akhirnya pada  $t=t_4$  sikat meninggalkan segmen komutator sebelah kanan dan tepat berada pada segmen komutator sebelah kiri. Pada kumparan A akan mengalir arus sebesar  $I_a/2$  yang arahnya ke kiri. Dengan adanya arus yang berbalik arah dalam kumparan jangkar yang berputar dalam medan magnet, akan dihasilkan tegangan induksi (ggl) dengan bentuk gelombang seperti terlihat pada gambar (4.3).



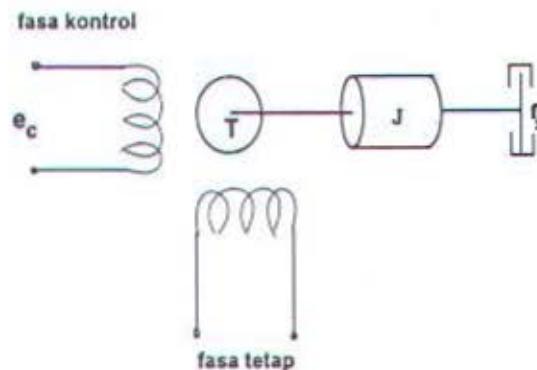
Gambar 4.3 Tegangan searah yang dihasilkan komutator

#### 4.2. Motor Servo

Karakteristik motor servo yang penting adalah percepatan yang dapat diperoleh. Untuk suatu torsi yang bekerja, maka momen inersia motor harus minimum. Karena motor servo bekerja pada kondisi yang berubah maka selalu terjadi percepatan dan perlambatan. Motor servo harus mampu menyerap energi mekanik maupun membangkitkannya.

Untuk mendapatkan perbandingan torsi dan momen inersia yang besar, maka motor servo mempunyai rotor dengan ukuran yang panjang dan diameter yang kecil.

Motor servo yang biasa digunakan untuk servo mekanis instrumen, adalah mirip dengan motor induksi dua fasa, kecuali dengan desain yang khusus. Motor ini menggunakan rotor sangkar. Rotor ini mempunyai rasio diameter terhadap panjang yang kecil sehingga dapat meminimumkan momen inersia sehingga dapat diperoleh karakteristik percepatan yang baik.



Gambar 4.4 Skematik motor servo dua fasa

Diagram skematik dua fasa ditunjukkan pada gambar 4.5. Di sini satu fasa (medan tetap) dari motor secara kontinyu dieksitasi dari tegangan acuan dengan frekuensi 60, 400 atau 1000 Hz, dan fasa yang lain (kontrol medan)



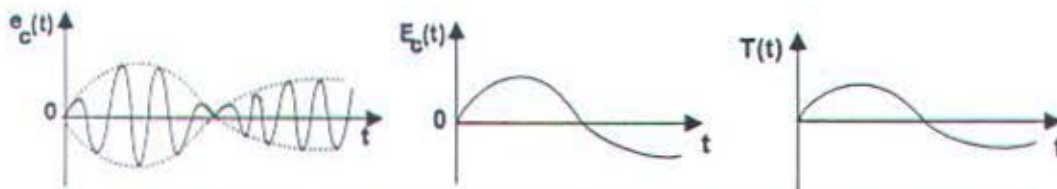
digerakkan dengan tegangan kontrol (sinyal pembawa yang ditekan) dengan beda fasa  $90^\circ$  dengan tegangan fasa yang tetap. Kumparan dari fasa tetap dan fasa kontrol dipasang dengan membentuk sudut  $90^\circ$ . Pertimbangan ini didasari pada kenyataan bahwa torsi yang dihasilkan pada poros akan paling efisien jika sumbu-sumbu kumparan fasa saling tegak lurus dan tegangan kedua fasa tersebut mempunyai beda fasa  $90^\circ$ .

Dua kumparan stator tersebut biasanya dieksitasi dengan sebuah catu daya dua fasa. Meskipun demikian jika catu daya dua fasa ini tidak tersedia, maka kumparan fasa tetap, dapat digabungkan dengan catu daya fasa tunggal melalui suatu kapasitor yang akan menimbulkan pergeseran fasa  $90^\circ$ . Penguat yang dihubungkan dengan kumparan fasa kontrol dicatu dari catu daya fasa tunggal yang sama.

Pada motor servo dua fasa, polaritas tegangan kontrol akan menentukan arah putaran. Tegangan kontrol sesaat  $e_c(t)$  mempunyai membentuk

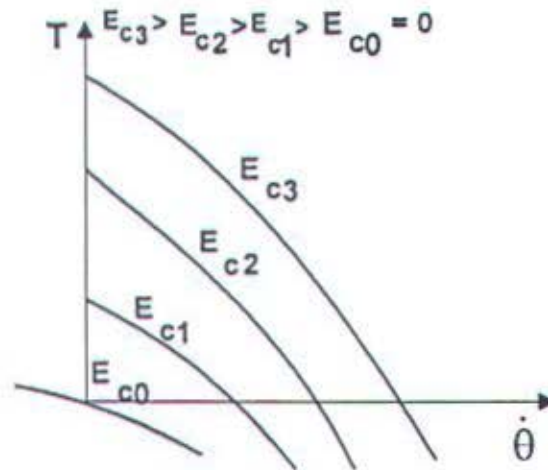
$$\begin{aligned} e_c(t) &= E_c(t) \sin \omega t && \text{untuk } E_c(t) > 0 \\ &= |E_c(t)| \sin (\omega t + \pi) && \text{untuk } E_c(t) < 0 \end{aligned}$$

Dengan demikian perubahan tanda dari  $E_c(t)$  akan menggeser fasa sebesar  $\pi$  radian. Jadi perubahan tanda tegangan kontrol  $E_c(t)$  akan membalik arah putaran motor. Karena tegangan acuan konstan, maka torsi  $T$  dan kecepatan sudut  $\theta$  juga merupakan fungsi tegangan kontrol  $E_c(t)$ . Jika variasi dari  $E_c(t)$  relatif lambat jika dibandingkan dengan frekuensi catu arus bolak-balik, maka torsi yang dibangkitkan motor berbanding lurus dengan  $E_c(t)$ . Kecepatan sudut pada keadaan tunak berbanding lurus dengan tegangan kontrol  $E_c(t)$ .



Gambar 4.5 Kurva yang menunjukkan  $e_c(t)$  terhadap  $t$ ,  $E_b(t)$  terhadap  $t$ , dan  $T(t)$  terhadap  $t$

Jika tegangan nominal (rate voltage) dikenakan pada kumparan fasa tetap, dan macam-macam harga tegangan dikenakan pada kumparan fasa kontrol, maka akan diperoleh karakteristik keadaan tunak motor dua fasa. Fungsi alih motor servo dua fasa dapat diperoleh dari kurva-kurva torsi kecepatan jika kurva tersebut merupakan garis lurus sejajar dengan jarak antara yang sama. Pada umumnya kurva-kurva torsi kecepatan sejajar untuk daerah kecepatan yang relatif lebar tetapi mungkin mempunyai jarak antara yang tidak sama, yang berarti untuk suatu kecepatan tertentu torsi tidak berubah secara linear terhadap tegangan kontrol. Meskipun demikian pada daerah kecepatan rendah, kurva-kurva torsi kecepatan biasanya berupa garis lurus dan berjarak antara yang sama pada daerah tegangan kontrol yang rendah. Karena motor servo jarang bekerja pada kecepatan yang tinggi, maka bagian linear dari kurva torsi kecepatan dapat diperluas sampai daerah kecepatan tinggi. jika kurva-kurva torsi-kecepatan berjarak antara yang sama untuk semua tegangan kontrol, maka motor servo dapat dianggap linear.



Gambar 4.6 kurva torsi terhadap kecepatan

Pada gambar 4.6 menunjukkan kurva torsi terhadap kecepatan untuk berbagai macam tegangan kontrol. Kurva torsi kecepatan untuk tegangan nol melalui titik asal. Karena kemiringan kurva ini biasanya negatif, maka jika tegangan fasa kontrol menjadi nol, motor akan membangkitkan torsi yang diperlukan untuk menghentikan putaran motor.

#### 4.3 Motor Servo Arus Searah

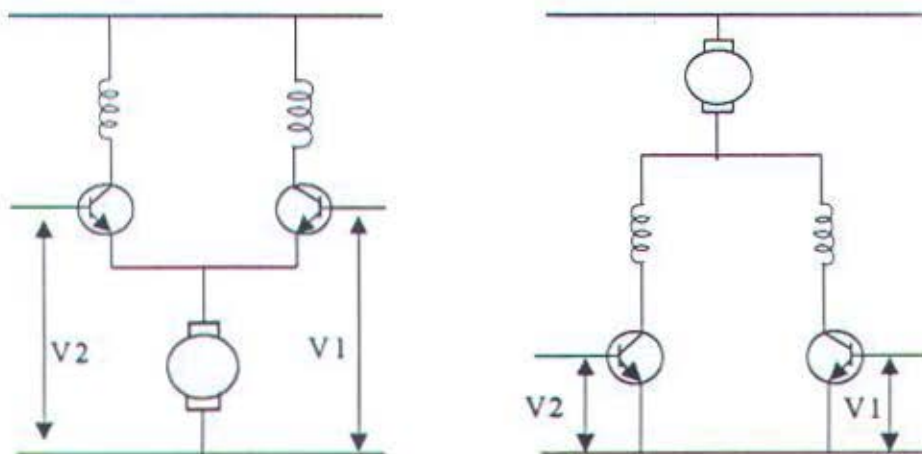
Motor searah sering digunakan dalam sistem kontrol yang memerlukan daya poros yang cukup besar. Motor arus searah jauh lebih efisien dibanding motor servo dua fasa.

Perubahan energi yang terjadi pada motor arus searah terdiri dari tiga komponen penting yaitu konduktor arus yang disebut *armatur* (jangkar), penghasil medan magnet yang dapat berupa magnet permanen maupun kumparan elektromagnetik, serta media kontak yang terdiri dari sikat untuk



menghantarkan arus dari sumber arus ke jangkar dan komutator sebagai tempat pemasangan jangkar.

Motor arus searah yang dipakai pada tugas akhir ini menggunakan kumparan induktansi untuk menghasilkan medan magnet yang diperlukan. Motor arus searah tersebut mempunyai dua kumparan dengan lilitan yang saling berlawanan arah, sehingga medan yang dihasilkannya membuat arus jangkarnya dapat bergerak ke dua arah yang berlawanan. Selama keduanya dialiri dengan arus yang sama maka motor akan tetap diam. Tetapi bila salah satu bagian mendapat masukan arus lebih besar dari yang lain maka motor akan berputar ke arah yang ditentukan kumparan berarus tinggi itu. Motor bermedan seperti ini disebut *wound field split series motor*.



Gambar 4.7 Rangkaian Motor Servo Arus Searah

Pada gambar (4.7), tegangan berasal dari sumber yang sama, arus untuk medan dan jangkar dibagi oleh transistor. Perubahan letak titik masukan arus pada rangkaian ini merubah pula penyebab gerakan jangkar. Arus jangkar akan tetap pada motor pengaturan medan dan arus medan akan tetap bila jenis

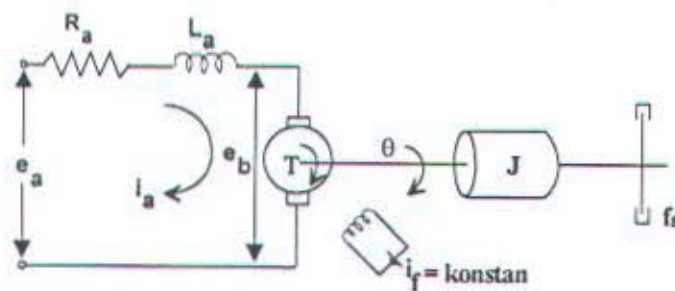
motor tersebut merupakan pengaturan jangkar. Perbedaan penyebab ini sangat menentukan perilaku dinamik motor.

Motor servo arus searah mempunyai medan yang dieksitasi secara terpisah. Menurut pengaturannya motor arus searah dapat dibedakan atas :

1. Motor arus searah pengaturan jangkar (medannya tetap).
2. Motor arus searah pengaturan medan (arus jangkarnya tetap).

#### 4.3 Motor Servo Arus Searah Pengaturan Jangkar

Motor servo arus searah dengan pengaturan jangkar adalah jenis motor arus searah yang diberi eksitasi medan tetap ( $I_f$  tetap). Model motor jenis ini dapat dilihat pada gambar 4.8.



Gambar 4.8 Model Motor Arus Searah Pengaturan Jangkar

Parameter-parameter motor arus searah pengaturan jangkar, dengan model seperti pada gambar 4.8 adalah sebagai berikut:

- $R_a$  = Tahanan belitan jangkar
- $L_a$  = Induktansi belitan jangkar
- $I_a$  = Arus belitan jangkar
- $E_a$  = Tegangan *input*
- $\theta$  = Perubahan sudut

$T$	= Torsi
$J$	= Momen inersia
$f_s$	= Koefisien gesek
$\omega$	= Kecepatan putaran
$\psi$	= Fluksi

Torsi yang dihasilkan oleh motor besarnya sebanding dengan perkalian antara arus jangkar dengan  $\psi$ . Sedangkan fluksi sendiri besarnya sebanding dengan arus medan, atau :

$$\psi = K_f \cdot I_f \quad (4.1)$$

Jika  $K_f$  dan  $I_f$  tetap, maka torsi yang dihasilkan dapat dinyatakan sebagai berikut,

$$T = K_f \cdot I_f \cdot K_t \cdot I_a \quad (4.2)$$

Dengan  $K_t$  suatu tetapan. Karena  $K_f$  dan  $I_f$  tetap, maka fluksi juga tetap. Dengan demikian akan diperoleh harga torsi yang berbanding lurus dengan arus jangkar. Persamaan (4.2) dapat ditulis sebagai berikut:

$$T = K_t \cdot I_a \quad (4.3)$$

$K_t$  adalah tetapan torsi motor. Persamaan (4.3) hanya berlaku jika motor berputar. Pada saat motor berputar akan timbul tegangan balik emf ( $E_b$ ) yang besarnya sebanding dengan kecepatan putaran motor sehingga,

$$\begin{aligned} E_b &= K_b \frac{d\theta}{dt} \\ &= K_b \omega(t) \end{aligned} \quad (4.4)$$

dengan  $K_b$  adalah tetapan tegangan balik emf. Persamaan diferensial untuk rangkaian jangkar adalah :



$$L \frac{di_a}{dt} + R_a I_a + E_b = E_a \quad (4.5)$$

Arus jangkar akan menghasilkan torsi yang digunakan untuk menggerakkan beban yang terdapat pada motor. Torsi dapat dinyatakan sebagai fungsi inersia dan gesekan, sehingga akan diperoleh:

$$\begin{aligned} K_t I_a &= T \\ T &= J \frac{d^2\theta}{dt^2} + f_s \frac{d\theta}{dt} \\ K_t I_a &= J \frac{d\omega}{dt} + f_s \omega \end{aligned} \quad (4.6)$$

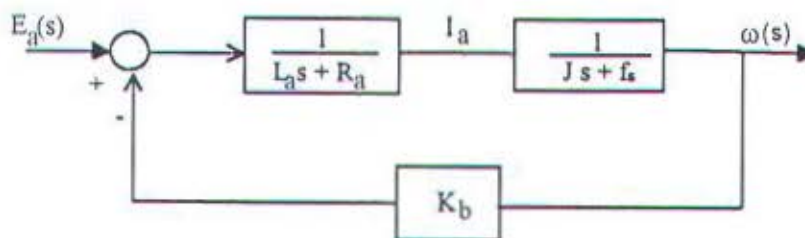
Dianggap bahwa kondisi awal dari arus jangkar dan kecepatan putaran motor sama dengan nol maka dengan menggunakan transformasi Laplace persamaan (4.4), (4.5) dan (4.6) akan diperoleh persamaan-persamaan sebagai berikut:

$$K_b \omega(s) = E_b(s) \quad (4.7)$$

$$(L_a s + R_a) I_a(s) + E_b(s) = E_a(s) \quad (4.8)$$

$$(J s + f_s) \omega(s) = K_t I_a(s) \quad (4.9)$$

Jika digunakan  $E_a(s)$  sebagai input dan  $\omega(s)$  sebagai output maka dari persamaan (4.7), (4.8) dan (4.9) akan diperoleh diagram blok motor arus searah sebagai berikut :



Gambar 4.9 Diagram Blok Motor Servo Arus Searah

#### 4.4 Persamaan State Motor Servo Arus Searah Pengaturan Jangkar

Persamaan-persamaan motor arus searah pada persamaan-persamaan (4.7), (4.8) dan (4.9) di atas dapat disajikan ke dalam bentuk persamaan state sebagai berikut:

$$\frac{dI_a}{dt} = -\frac{R_a}{L_a}I_a - \frac{K_b}{L_a}\omega + \frac{E_a}{L_a} \quad (4.10)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{f_s}{J}\omega + \frac{K}{J}I_a \quad (4.11)$$

Pada sisem ini sinyal  $E_a$  digunakan sebagai input dan kecepatan putar motor  $\omega$  sebagai output. Dengan mengambil  $I_a$  dan  $\omega$  sebagai variabel keadaan maka akan diperoleh persamaan state sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \frac{dI_a}{dt} \\ \frac{d\omega}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_b}{L_a} \\ \frac{K}{J} & -\frac{f_s}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \end{bmatrix} E_a$$

Dan persamaan outputnya adalah:

$$\omega = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} I_a \\ \omega \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Persamaan tersebut dapat dituliskan dalam bentuk vektor matriks sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned}$$

dengan:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \frac{dI_a}{dt} \\ \frac{d\omega}{dt} \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} I_a \\ \omega \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_b}{L_a} \\ \frac{K}{J} & -\frac{f_r}{J} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$U = E_a$$

$$y = \omega$$

#### 4.5 Pengukuran Parameter Motor Servo Arus Searah

Pengukuran parameter-parameter pada motor servo arus searah dilakukan untuk mendapatkan model sistem dan ketidakpastian model sistem. Untuk mengetahui harga-harga parameter ini dapat dilakukan dengan dua cara yaitu :

1. Pengukuran parameter-parameter sistem secara langsung dengan alat ukur yang sesuai.
2. Metode kotak hitam (*black box*).

Pengukuran parameter sistem secara langsung dapat dilakukan apabila struktur model atau rangkaian pengganti sistem telah diketahui. Dengan demikian model sistem dapat diketahui jika parameter telah diketahui. Sedangkan metode kotak hitam dilakukan jika struktur model dan rangkaian pengganti sistem sistem tidak diketahui. Cara ini dilakukan dengan jalan memberi sinyal input standar pada sistem sehingga hubungan antara input dan output sistem dapat diamati.

Pada tugas akhir ini penentuan model dan ketidakpastian model motor arus searah dilakukan dengan cara mengukur parameter motor arus searah secara langsung dengan alat ukur yang sesuai. Parameter-parameter motor servo arus searah yang membentuk model sistem adalah  $R_a$ ,  $L_a$ ,  $K_b$ ,  $K$ ,  $J$ ,  $f_r$ .



Pengukuran parameter dilakukan dengan memperhatikan tiga penyebab ketidakpastian:

1. Ketidakpastian akibat kesalahan pengukuran.
2. Ketidakpastian akibat pengoperasian sistem.
3. Ketidakpastian akibat pembebanan.

Ketidakpastian karena kesalahan pengukuran terjadi karena keterbatasan alat ukur yang digunakan. Ketidakpastian akibat pengoperasian sistem terjadi karena berubahnya harga parameter-parameter motor ( $R_a$  dan  $L_a$ ) selama operasi. Ketidakpastian karena kesalahan pengukuran ditentukan berdasarkan ketelitian alat ukur yang dipakai pada saat pengukuran. Sedangkan pembebanan akan menyebabkan ketidakpastian parameter koefisien gesek ( $f_s$ ). Ketidakpastian karena pengoperasian sistem akan diamati dengan mengukur parameter tersebut pada periode tertentu selama waktu operasi. Sedangkan ketidakpastian karena pembebanan akan diamati dengan cara mengukur parameter pada kondisi beban yang berbeda. Hasil pengukuran parameter motor adalah sebagai berikut;

$$R_a = (4,0459 \pm 0,0469) \Omega$$

$$L_a = (14,3228 \pm 0,2972) \text{ mH}$$

$$K_b = (8,6173 \pm 0,9099) \cdot 10^{-3} \text{ V s rad}^{-1}$$

$$K = (8,6173 \pm 0,9099) \cdot 10^{-3} \text{ Nm Amp}^{-1}$$

$$J = (48,1340 \pm 2,8100) \cdot 10^{-6} \text{ Nms}^2$$

$$f_s = \text{dapat dilihat pada tabel 4.1.}$$

$$\Delta \left[ -\frac{1}{t_s} \right] = \left[ \frac{\Delta b_s}{t_s} \right] \left[ -\frac{1}{t_s} \right] = 1,4877$$

Maka matriks ketidakpastian akibat kesalahan pengukuran adalah sebagai berikut.

$$\Delta A_1 = \begin{bmatrix} -9,1360 & -0,0760 \\ 29,3548 & -0,1818 \end{bmatrix} \quad \Delta B_1 = \begin{bmatrix} 1,4877 \\ 0 \end{bmatrix}$$

#### 4.7.2 Ketidakpastian Akibat Pengoperasian Sistem

Dari data pengukuran yang diperoleh ternyata besar  $R_s$  dan  $L_s$  relatif tetap. Perubahan yang terjadi pada parameter tersebut ternyata tidak mengikuti hubungan tertentu dengan waktu pengoperasian.

Berdasarkan pertimbangan di atas maka ketidakpastian akibat beroperasinya sistem dapat dimasukkan ke dalam perhitungan model nominal sistem. Dengan demikian harga parameter  $R_s$  dan  $L_s$  pada penentuan model nominal adalah harga rata-rata dari pengukuran  $R_s$  dan  $L_s$  selama operasi.

#### 4.7.3 Ketidakpastian Akibat Gangguan Luar (Pembebanan)

Berbeda dengan dua jenis ketidakpastian di atas, ketidakpastian akibat gangguan dari luar dapat dengan sengaja kita berikan pada sistem, yaitu dengan pembebanan. Pembebanan akan menyebabkan parameter  $f_s$  berubah, sehingga elemen matriks  $A(2,2)$  berubah. Berdasarkan pada pertimbangan tersebut maka ketidakpastian jenis inilah yang akan diperhatikan pada perancangan pengaturan robust.

Gangguan akan ditimbulkan dengan cara memberikan beban (torsi rem) yang diubah-ubah pada posisi skala tertentu. Harga elemen  $A(2, 2)$  untuk posisi

beban 0 - 5, serta selisihnya dengan model nominal (model pada posisi beban nol) terlihat pada tabel berikut:

Posisi Beban	$f_i/J$	$\Delta(f_i/J)$	$\Delta A(2, 2)$
0.00	0.88	0.16	0.00
0.50	0.90	0.18	0.02
1.00	0.93	0.45	0.05
1.50	1.01	0.93	0.12
2.00	1.39	1.22	0.51
2.50	2.38	1.57	1.50
3.00	3.88	1.74	2.00
3.50	5.78	2.00	4.90
4.00	7.65	3.46	6.77
4.50	9.70	4.37	8.82
5.00	10.65	4.79	9.77

Tabel 4.2 Elemen matriks  $A(2, 2)$

Keterangan :

$\Delta A(2, 2)$  : Selisih  $A(2, 2)$  nominal dengan  $A(2, 2)$  pada posisi beban tertentu.

Selisih elemen matriks  $A(2,2)$  nominal dengan  $A(2, 2)$  pada posisi beban tertentu, selanjutnya digunakan untuk menyusun matriks ketidakpastian  $\Delta A_{22}$ , (ketidakpastian karena adanya pembebanan).

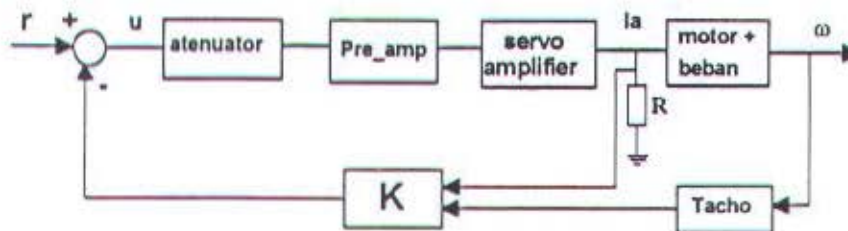


## BAB V

### PERANCANGAN PENGATUR ROBUST

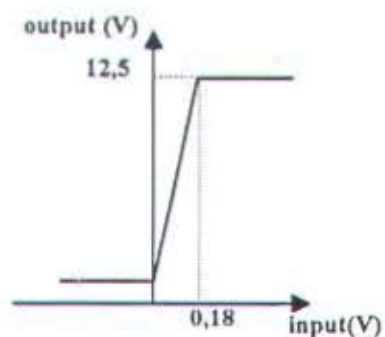
#### 5.1 Model Sistem Pengaturan Kecepatan Motor Arus Searah

Model *plant* yang dirancang untuk sistem pengaturan kecepatan motor arus searah dengan menggunakan motor servo MS 150 dapat digambarkan sebagai berikut ;



Gambar 5.1 Diagram Blok Sistem Pengaturan Kecepatan Motor DC

Pada gambar di atas  $R$  berfungsi untuk mendeteksi (mengambil) besarnya arus jangkar di mana besarnya dibuat tetap ( $R = 1\Omega$ ). Karakteristik Pre-Amp dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 5.2 Karakteristik Pre-Amp

Jika masukkan kontrol  $u$  melebihi 0,18 V, maka tidak akan dikuatkan lagi oleh Pre-Amp. Dengan demikian penguatan maksimum Pre-Amp sebesar 69. Penguatan servo amplifier adalah 0,8 sehingga tegangan keluaran maksimum servo amplifier  $12,5 \times 0,8 = 10$  volt. Dengan demikian besarnya penguatan keseluruhan sebesar  $69 \times 0,8 = 55,2$ .

Dari persamaan (4.13) bentuk persamaan ruang keadaan sistem (motor dc) dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \frac{di_a}{dt} \\ \frac{d\omega}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R'_a}{L_a} & -\frac{K_b}{L_a} \\ \frac{K}{J} & -\frac{f_r}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \end{bmatrix} E_a$$

$R'_a$  merupakan penjumlahan  $R_a + R$  sehingga  $R'_a = (5,0459 \pm 0,0469) \Omega$ .

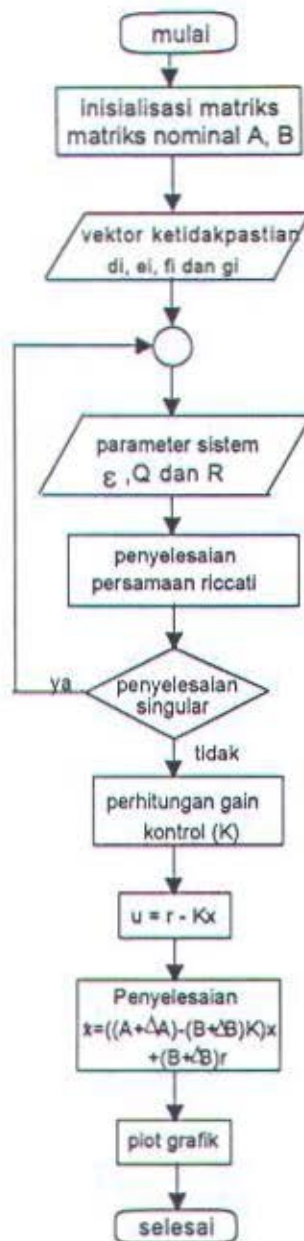
Matriks nominal  $A_o$

$$A_o = \begin{bmatrix} -\frac{R'_a}{L_a} & -\frac{K_b}{L_a} \\ \frac{K}{J} & -\frac{f_r}{J} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -352,3 & -0,6016 \\ 179,03 & -0,881 \end{bmatrix}$$

$$B_o = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3854,064 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad C = [0 \ 1] \quad D = 0$$

## 5.2 Diagram Alir Pengatur Robust

Pengatur robust yang telah dijelaskan pada bab III dapat dicari dengan menyelesaikan persamaan Riccati seperti dijelaskan pada persamaan (3.12) untuk sistem yang mempunyai ketidakpastian pada matriks sistemnya atau persamaan (3.14) untuk sistem yang mempunyai ketidakpastian baik pada matriks sistem maupun pada matrik masukkan aturnya. Secara garis besar dapat digambarkan sebagai berikut :



Gambar 5.3 Diagram alir perancangan pengatur robust

Flow chart matriks pengatur dari sistem yang akan dirancang akan dicari dengan menggunakan perangkat lunak PC-Matlab.

### 5.3 Perancangan Pengatur Dengan Ketidakpastian Pada Matriks Sistem

Motor dengan model nominal (posisi beban nol) adalah sebagai berikut :



$$A_o = \begin{bmatrix} -352,3 & -0,6016 \\ 179,03 & -0,881 \end{bmatrix} \quad B_o = \begin{bmatrix} 3854,064 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Saat motor beroperasi, motor diberikan beban berupa rem pada posisi skala 3.

- Pada perancangan pengatur dengan metode LQR pembebanan yang mengakibatkan ketidakpastian model motor tidak dipertimbangkan.
- Sedangkan perancangan pengatur dengan metode robust maka terdapat perhitungan terhadap ketidakpastian model yaitu bahwa pada posisi beban 3 maka akan mengakibatkan ketidakpastian pada elemen matriks  $A(2,2)$  yaitu

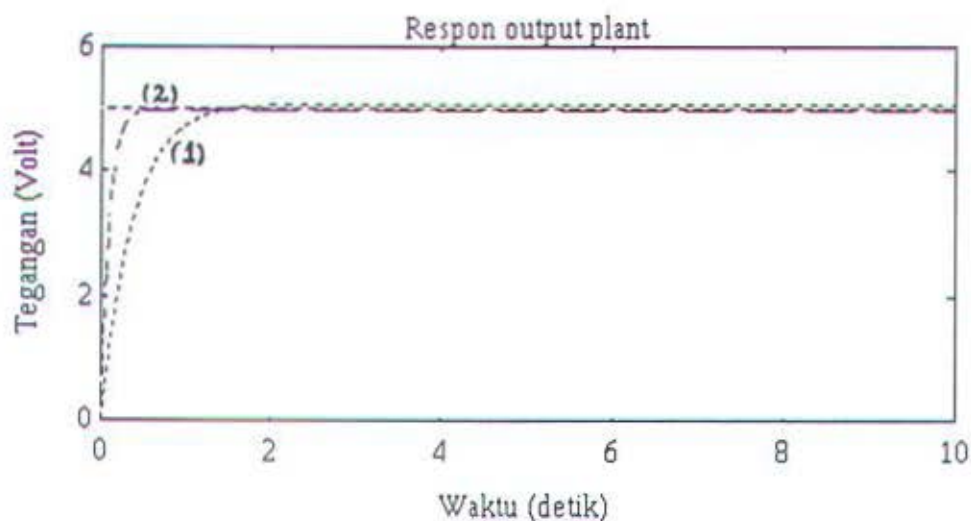
$$A_o = \begin{bmatrix} -352,3 & -0,6016 \\ 179,03 & -0,881 \end{bmatrix} \quad \Delta A(r) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} \quad \text{di mana } a_{22} \leq 2.$$

Dengan demikian maka kita dapat mendesain sebuah pengatur dengan kedua metode di mana :

$$Q = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad R = 1,43 \quad \text{dan} \quad \varepsilon = 17$$

sehingga diperoleh pengatur hasil perancangan adalah :

$$K_{LQR} = [2,0301 \quad 0,155] \quad \text{dan} \quad K_{Robust} = [2,0229 \quad 0,115]$$



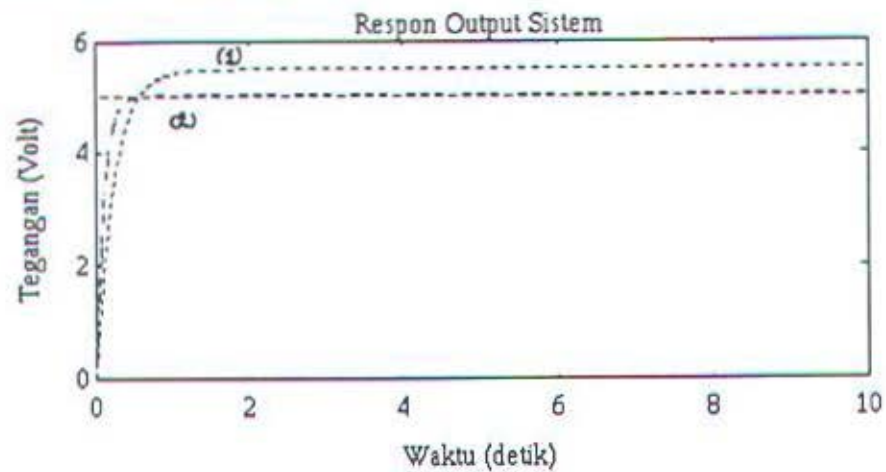
Gambar 5.4 Respon keluaran sistem dengan posisi beban 3

Pengatur hasil rancangan adalah :

$$K_{LQR} = [4,9076 \quad 0,1352]$$

$$K_{Robust} = [2,3257 \quad 0,1373]$$

Respon keluaran sistem dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 5.5 Respon keluaran sistem dengan posisi beban 2,5  
dan gangguan pada masukan sebesar 20 %

keterangan: (1) respon keluaran sistem dengan pengatur LQR

(2) respon keluaran sistem dengan pengatur robust

Dari gambar 5.5 maka dapat diketahui sifat-sifat respon transien sistem sebagai berikut:

Tipe pengatur	$T_d$	$T_r$	$T_p$	$T_s$	$e_{ss}$	$M_p$
LQR	0,15	0,47	-	0,47	1	-
Robust	0,05	0,21	-	0,36	0	-

Tabel 5.2 Spesifikasi respon transien sistem dengan ketidakpastian model sistem

## BAB VI

### KESIMPULAN DAN SARAN

---

#### 6.1 Kesimpulan

Pada tugas akhir ini telah dibahas perancangan pengatur robust pada sistem pengaturan kecepatan motor arus searah. Dari hasil perancangan dapat disimpulkan:

1. Perancangan pengatur robust dapat mengantisipasi adanya variasi parameter sehingga jika terjadi gangguan pengatur robust dapat mempertahankan kinerjanya.
2. Perancangan pengatur robust mempunyai kelebihan pada tahap perancangan. Kelebihan itu adalah lebih mudahnya untuk menentukan pengatur (K) yang menghasilkan sistem yang robust. Hal ini dimungkinkan dengan adanya satu parameter perancangan yang dapat digunakan untuk mencari pengatur yang tepat yaitu parameter  $\epsilon$  yang tidak dimiliki oleh metode LQR.
3. Karena sifat responnya yang cepat maka metode ini cocok untuk sistem yang memerlukan keandalan yang tinggi dan memerlukan adanya respon yang cepat.
4. Proses perancangan memerlukan model sistem yang tepat sehingga untuk sistem yang sangat kompleks akan mengalami sedikit kesulitan.



## 6.2 Saran

Dari proses perancangan terdapat beberapa kelemahan yang mungkin dapat diperbaiki adalah:

1. Penentuan matrik  $d_i$ ,  $e_i$ ,  $f_i$ , dan  $g_i$  yang bebas merupakan kelemahan utama dalam metode ini (pendekatan dengan persamaan Riccati Aljabar) sehingga perlu dilakukan sebuah penelitian yang mampu merumuskan hubungan dari masing-masing parameter ketidakpastian sistem secara tepat.
2. Karena pengatur robust hanya stabil pada jangkauan tertentu maka perlu dipikirkan untuk menggabungkan dengan metode yang lain, misalnya dengan metode adaptif sehingga diperoleh sistem yang dapat mengantisipasi gangguan dan mempunyai respon yang cepat.

## DAFTAR PUSTAKA

---

1. David L. Russel, "Mathematics of Finite-Dimensional Control System", Marccel DEXXER, New York, 1970
2. Kwakernaak, Hubert and Sivan, Raphael, "Linear Optimal Control System", John Wiley & Sons, Inc. Canada, 1972
3. Lewis, Frank L, "Optimal Control", John Wiley & Son, Inc, Canada 1986
4. McFarlane, DC & K.Glover, "Robust Controler Design Using Normalized Coprimo Factor Plant Descriptions", Springer-Verlag, New York, Berlin, Heiddenberg, 1980.
5. Ogata, Katshuhiko, " Modern Control Engineering ", Prentice-Hall of India, New Delhi, 1985
6. Petersen, Ian R and V Hollot, Christopher, "A Riccati Equation to the Stabillization of Uncertain Linear System", Automatica, Vol 22, July 1986.
7. Schmitendorf, W. E, "Designing Stabillizing Controllers for Uncertain System Using Riccati Equation Approach ", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 33, No 4, 1988.
8. -----, "Modular Servo System MS 150 ", Feedback Instruments Limited, England, 1984

## USULAN TUGAS AKHIR

---

- A. JUDUL TUGAS AKHIR : PERANCANGAN PENGATUR ROBUST UNTUK PENGATURAN KECEPATAN MOTOR ARUS SEARAH
- B. RUANG LINGKUP : 1. Sistem Pengaturan Robust  
2. Sistem Pengaturan Optimal  
3. Pemrograman Komputer  
4. Teknik Numerik Untuk Sistem Linear
- C. LATAR BELAKANG : Pada pengaturan suatu proses maka model fisik sistem adalah mutlak diperlukan. Pada pengaturan klasik dengan pendekatan kawasan frekuensi dan metode pengaturan moden yang menggunakan metode pendekatan ruang keadaan pada umumnya didasarkan pada anggapan bahwa model fisik sistem yang diatur dapat diketahui secara pasti. Pada kenyataannya anggapan ini tidak selalu dipenuhi. Ketidakpastian akan selalu menyertai model sistem fisik yang umumnya diakibatkan oleh linearisasi di sekitar titik kerja, ketidaktepatan dalam mengukur kuantitas fisik sistem dan sebagainya.



Akibatnya anggapan kepastian model sistem tidak selalu dipenuhi maka akan terjadi kegagalan dalam perancangan suatu pengatur. Kegagalan dalam perancangan ini dapat berupa kegagalan sistem dalam memelihara kestabilannya atau dalam memelihara unjuk kerja sistem loop tertutup. Oleh karena itu perlu dirancang suatu pengatur yang memperhitungkan ketidakpastian model sistem.

**D. PERMASALAHAN** : Dalam Tugas Akhir ini akan dibahas pengaturan kecepatan motor arus searah dengan pengatur robust.

**E. PENELITIAN STUDI** : Salah satu metode pengaturan yang mempertimbangkan ketidakpastian model fisik sistem adalah metode pengaturan robust. Pada pengaturan robust unjuk kerja sistem tidak terpengaruh oleh ketidakpastian model. Ketidakpastian model meliputi ketidakpastian terstruktur jika ketidakpastian model sistem hanya terjadi pada nilai numerik dari parameter model, sedangkan ketidakpastian tak terstruktur terjadi bila ketidakpastian terjadi baik pada struktur model maupun nilai numerik parameternya.

Pada Tugas Akhir ini akan dirancang suatu pengatur yang mempergunakan metode robust yang diterapkan pada pengaturan kecepatan motor arus searah MS 150.

F. TUJUAN : Mengetahui unjuk kerja pengatur robust pada pengaturan kecepatan motor DC MS 150.

G. LANGKAH-LANGKAH : 1. Studi Literatur  
2. Pemodelan sistem pengaturan kecepatan motor DC MS 150  
3. Perancangan pengatur robust.  
4. Simulasi dan analisa.  
5. Penulisan Naskah

H. JADWAL KEGIATAN : Jadwal kegiatan direncanakan selesai dalam waktu satu semester atau enam bulan dengan jadwal sebagai berikut.

KEGIATAN	B U L A N K E					
	1	2	3	4	5	6
Studi Literatur						
Pemodelan sistem						
Perancangan						
Simulasi dan analisa						
Penulisan Naskah						

I. RELEVANSI : Dengan menggunakan pengatur robust akan diperoleh unjuk kerja sistem yang sesuai dengan karakteristik yang kita kehendaki. Pemilihan akan model pengatur dapat disesuaikan dengan sistem yang kita kontrol sehingga pemilihan model pengatur dapat efektif.

## RIWAYAT HIDUP

---



Penulis dilahirkan di Sukoharjo pada tanggal 2 April 1970, merupakan anak kedua dari empat bersaudara dari keluarga bapak G. Purwoatmojo dan ibu Jumiyati.

Pendidikan formal yang pernah di tempuh adalah :

1. SD Negeri Grajegan I, Sukoharjo lulus 1983
2. SMP Negeri I, Sukoharjo, lulus tahun 1986
3. SMA Negeri I, Surakarta, lulus 1989
4. Teknik Elektro FTI-ITS masuk tahun 1989.

Pada bulan Maret 1996 mengikuti seminar Tugas Akhir di bidang studi Teknik Sistem Pengaturan, Jurusan Teknik Elektro sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Teknik Elektro.